This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

2826

Digitized by Google

FVNDAMENTVM DOCTRINÆ MOTVS GRAVIVM,

ET

Comparatio momentorum Grauis in planis ſeiunctis ad grauitationes, quibus Pondus plana concurrentia premit.

GEOMETRICE' RESTITVTA

A VITALI IORDANO
BITONTINO
In Romano Archi-Gymnaſio, necnon in Regia Gallorum Academia in Vrbe Matheſeos Profeſſore.

EDITIO ALTERA PRIORI LONGE' AVCTIOR, ATQ. EMENDATIOR.

CVM APPENDICE.



ROMÆ, MDCLXXXIX.
Ex Typographia Ioannis Iacobi Komarek apud S. Angelum Cuſtodem.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

EN CADIZ.

En el Almacen de Libreria extrangera y del Reyno de lós HEREDEROS DE BERTRAND se hallará esta, y otras obras en todas artes y ciencias.

Digitized by Google

ILLVSTRISS. ET EXCELLENTISS. PRINCIPI

D. ANTONIO OTTOBONO

S.R.E. CAPITANEO GENERALI EQ. D.M. PROC.
Arcis S. Angeli Præfecto,

Et Sanctiſs. D. N. ALEXANDRI VIII. Summi Pontificis ex Fratre Nepoti.

VITALIS IORDANVS FELICITATEM.

SI quod eſt Diſciplinarum genus ex ijs, quæ & nobilitate, & admiratione, & fructu gloriari poſſunt EXCELLENTISSIME PRINCEPS, ſunt profectò Mechanicæ. Illis enim Geometria, & Phyſica ſunt pro Parentibus; Arithmetica, & Aſtronomia pro Nutricibus; Æraria, Architectonica, & Pictura pro famulis. Illę, ſancitis à naturâ legibus agentes, naturam ipſam artis miracula fateri coegerunt in ligneâ Archytę Columbâ, volatum audente; in Cteſibij Organis, nunc auium cantus, nunc ſerpentûm Sibila, nunc tubarum clangores modulantibus; in Statuâ Seroſtris, humanas voces exprimente; in vitreâ Archimedis ſphęrâ, motus Planetarum, ſiderumque poſituras deſignante; & in Syracuſanis Machinis, Marcel-

Digitized by Google

lum non tam ruinâ, quàm admiratione, terrentibus. Illæ demum apparant Ciuibus veſtes, ac reliquam ſupellectilem; Vrbibus inſtrumenta Pacis, ac Belli; Inſulis nauigationem, ac portus; Regibus copias, ac propugnacula; & ſexcenta alia, Humano Generi neceſſaria, quæ longum eſſet enumerare. Hoc ſanè factum eſt, vt complures florentiſſimæ Ciuitates, cupidæ bonarum Artium, literarumque ſtudioſæ, maximi ſemper fecerint mechanicam facultatem: ſed Vrbs Veneta potiſſimùm honore illam ornauerit, dignitate auxerit, fouerit Patrocinio. In veritate ipsâ crimen aſſentationis extimeſcerem, niſi locupletiſſimos meæ ſinceritatis teſtes haberem. Teſtatur Patauinum Lycęum, cui prudentiſſimi Senatus cura tot deſtinat Archimedes, quot Matheſeos Profeſſores. Teſtatur inſtructiſſimum Nauale, in quo vno Veneta Prouidentia mille poſuit propugnacula noſtræ Italiæ. Teſtantur validiſſimæ Quinqueremes, mobiles nimirùm ſcopuli, mechanicâ lege conſtructi; ad quos afflicta, ſæpe ingemuit ſuperbia Turcarum. Nil idcircò mirum, ſi nationes etiam exteræ, patrocinij cupiditate ductæ, Mechanica In-

uenta

Digitized by Google

uenta Venetæ Reipublicæ primò conſecrarunt: Si quidem Germanus obtulit primum Tormentum bellicum, fortaſſe, ne Vrbi, Cælum Virtutibus æmulanti, deeſſet fulmen: Et Belga primum Teleſcopium dedit, ei dumtaxat Ciuitati conueniens, quæ, vitreo in humore collocata, Vniuerſi Pupilla eſt; quamquam, non viſo Belgico, alterum Perſpicillum exhibuit noſter Galilæus, tunc Patauinus Mathematicus, hòc perfectiùs, quòd à Lynceo excogitatum.

Hæc mecum ipſe cogitans, facilè intellexi, quantum officij ſuſtineam, vel hoc certè nomine, quòd annum iam triceſimum eas in cęteris Diſciplinas profitear, quibus à Veneto Patrocinio multum exiſtimationis acceſſit. Editurus itaque libellum, in quo Mechanices Fundamentum à nouiſſimis quorundam obiectionibus geometricè vindicaui, Tuo illum Nomini inſcriptum volui, EXCELLENTISSIME PRINCEPS. Scilicet, cùm Venetorum Ciuium corda, vî quâdam amoris, in Te mirè conuenerint, tam affabrè totius Vrbis refers imaginem, vt hâc ratione ad partem obſequij, quod tribuo Tibi, Vrbem etiam ipſam venire Tecum poſſe iudicauerim. Dedicationem

nem præterea ſuaſit ea, quâ merito præfulges, ſuprema rei militaris Præfectura; quidquid enim ad armorum ſcientiam facit, quam cum amænioribus coniunctam diſciplinis tenes, (facit autem non mediocriter Mechanice) id totum Tibi iure quodam deberi, cognoſco. Acceſſit, & quæ multùm valuit in votum meum, Nobiliſſima Domus Ottobona, quæ nuper ALEXANDRVM VIII., Patruum Tuum, Orbis felicitati conceſſit. At verò, cùm maximæ, clariſſimęque Virtutes, à quibus vno omnium ſermone commendaris, meas aures impleuerunt, tum demùm ſtimulis acerrimis ad propoſitum incitari me planè ſenſi. Quis non enim incitetur? Si tuum ſpectatur Ingenium; omnium illud elegantiarum rore Muſæ, & Charites imbuerunt: Si Doctrina; multiplici rerum abditarum cognitione Antiquitati hanc infers iniuriam, vt ex Domo Tua veriùs, quàm ex antro illo Trophonij, dicantur Oracula: Si Prudentia; in omni ſemper actione, & adminiſtratione rerum, Te eum præſtitiſti, in quo nihil reperiat Inuidia, quod corrigat: Si mores; Maieſtatem cum Humanitate iungis, Potentiam cum moderatione temperas, Excelſitatem Animi

cum

Digitized by Google

cum facilitate miſces, ſeueritatem ita miſericordiâ moderaris, vt videri malis bonos inueniſſe, quàm facere: Si Tu demum Ipſe; Te dicerem Virtutum omnium Compendium, niſi verbi anguſtia noceret amplitudini rei. Sed quò mea excurrit oratio? Prudentiùs multò faciam, ſi hunc ſermonem abſtineam, qui, & imparis mihi notam inurat, & Modeſtię Tuæ, laudes vel iuſtiſſimas abdicāti, poſſit officere.

Habes iam dedicationis cauſſas, EXCELLENTISSIME PRINCEPS. Reliquum eſt, vt meum hoc Opuſculum, quod offero Tibi in argumentum Obſeruantiæ erga Te meæ, ſerenâ fronte velis excipere, eâ nimirum, quâ Romam illuſtras. Si quis dixerit paruum; Dijs etiam offerri parua, Lycurgus voluit. Nemo certè dixerit vile; Tui nominis inſcriptio pretium facit. Satis libello erit ad gloriam, à Te non deſpici; ad fortunam, legi; ad auctoritatem, probari: Sic in ampliſſimo Tuæ famæ Theatro, tutam à Criticis, qui nulli deſunt ſeculo, oſtendet frontem. Neſtoreos interim annos à Deo Optimo Maximo Tibi precor, vt liberales Artes, & Diſciplinæ, felici ad nos poſtliminio reuerſæ, Te Mecænate diutiùs perfruantur. Vale, dulce literarum decus, armorumque Præſidium.

Digitized by Google

TYPOGRAPHVS LECTORI.

PAVCIS Te volo, amice Lector. In ſecunda hac editione, quam tibi lubens offero, nihil omninò eorum, quæ in Prima, tam ad Galilæi Principium demonſtrandum, quàm ad conatus Oppugnatorum refutandos, pertinebant, Auctor immutauit: eorum verò, quæ Propugnatores quoſdam eiuſdem principij, aliam viam inſiſtentes, vrgebant, aliqua mutauit feliciùs, alia faciliùs expoſuit, multa de integro cudit: difficultates præterea à quodam Staticæ ſtudioſo nuperrimè obiectas, clarè diſſoluit. Hæc prædixiſſe tibi, ſatis habeo: Tu interim perutilem Opuſculi lectionem ingredere, & vale.

ITERVM ſubtiliſſimus iſte ingenij auctor Nobis demonſtrationibus doctrinam ſuam, aliàs in lucem emiſſam confirmat, quæ cùm Mathematicis ſtudijs valdè perutilis ſit, nihilque Religioni, boniſque moribus in ſe contrarium contineat, Typis igitur poſſe committi cenſeo.

I.Ciampinus Magiſter Breuium.

Imprimatur.
Si videbitur Reuerendiſs.P. Sacri Palatij Apoſtolici.

I.S.Menattus Archiep.Cyrenen.Viceſg.

Imprimatur.
Fr. Thomas Maria Ferrari Ord. Præd. Sacri Palatij Apoſtolici Magiſter.

FVNDA-

Digitized by Google

AD LECTOREM.

IN arduo, inquit Seneca, eſt veri exploratio: Id ipſum experimur, Amice Lector, in illo Galilæi principio, *Momentum totale Grauis ad momentum, quod habet in plano inclinato, eſt, vt longitudo ipſius plani inclinati ad perpendiculum*; cuius principij tam eſt in arduo veritas, ad ipſam vt alij dumtaxat acceſſerint, alij nequiuerint explorare, alij trahere voluerint in dubium, nonnulli etiam damnare tentarint. Tantum in ingenijs valet, vel imbecillitas, vel curioſa altercandi libertas. Huic opinionum diſſenſioni, vnde cohors præiudiciorum innumera mechanicis Doctrinis incubuit, aliqua ex parte per me conſultum iri intelligebam, ſi, quod & meum docendi poſcebat officium, ſubobſcuram illius principij veritatem non illuſtrarem modò, ſed à promotis in dies etiam obiectionibus vindicarem. Ad rem itaque aggreſſus, quidquid inter anguſtias temporis mens feſtinanti calamo permiſit, hunc in libellum conieci, vbi & Galilæi principium, fundamentum ſcilicet Doctrinæ Motus Grauium, Geometricè reſtitutum, & comparationem momentorum Grauis in planis ſeiunctis ad Grauitationes, quibus Graue plana concurrentia premit, perſpicuè exhibitam agnoſces.

Hæc Te monitum volo, Lector beneuole, vt intelligas, non inanis aucupio gloriolæ, quam relinquo contentioſis, ſed ingenito ad veritatem ardore, quæ Mathematicis Diſciplinis vbique debetur, eſſe me ad ſcribendum adductum. Si quid igitur, Te dignum, hoc in opuſculo effecero, lubens fruere: ſi nihil, efficiendi voluntatem gratus ama.

Digitized by Google

MOMENTI quæſtionis ſolutionem, à multis deſideratam: quaſi Gordianum Nodum præſens Auctor, veluti alter Macedo, non enſe, ſed calamo diſſoluit. Quamobrem cùm in hoc Opere nil inueniatur, quod Catholicæ Religioni, boniſque moribus aduerſetur; Ideò cenſeo Typis illud committi poſſe, ſi ita Reuerendiſſimo P. Ioſepho Clariono Pro Magiſtro Sacri Palatij Apoſtolici videbitur.

I. Ciampinus Magiſter Breuium.

Imprimatur,

Si videbitur Reuerendiſs. P. Sacri Palatij Apoſt. Pro Magiſtro.

I. S. Menattus Archiep. Cyrenen. Viceſg.

Imprimatur,

Fr. Ioſeph Clarionus Sacræ Theologiæ Profeſſor Sac. Palatij Apoſtolici Pro Magiſter, Ordinis Prædic.

Digitized by Google

FVNDAMENTVM DOCTRINÆ MOTVS GRAVIVM, ET COMPARATIO MOMENTORVM GRAVIS

In planis ſeiunctis ad grauitationes, quibus Pondus plana concurrentia premit.

VNIVERSÆ philoſophiæ decus, Galilæus Galilæi ſupponit in ſua Mechanica [a] momentum totale Grauis ad momentum, quod exercet in plano inclinato, eſſe, vt eſt longitudo illius plani inclinati ad perpendiculum, ſuæque illuſtrandæ ſuppoſitionis ergô, momenta libera Grauis in planis decliuibus per momenta peculiaria eiuſdem Grauis, ex Vecte pendentis, exemplificar.

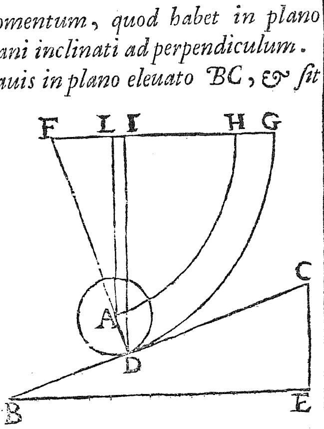
a Pag.27.

Torricellius deinde, magni nominis Geometra, eidem, cui Galilæus, medio termino inhærens, totam Galilæi explicationem ſub Theorematis forma breuiùs hunc in modum exhibuit.

Momentum totale Grauis ad momentum, quod habet in plano inclinato, eſt, vt longitudo ipſius plani inclinati ad perpendiculum.

Lemma Torricellij, poſt ſecundam, propoſit. de Mot. Grau.

Sit circa centrum A ſphæra Grauis in plano eleuato BC, & ſit plani perpendiculum CE. Dico, momentum totale Grauis A ad momentum peculiare, quod habet in plano BC, eſſe, vt BC ad CE.

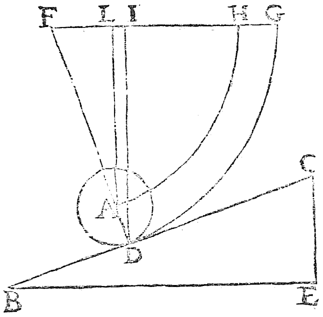


Producatur recta DA per contactum D, & per centrum A, quæ ideò perpendicularis erit ad planum BC; & quolibet centro F fiant quadrantis portiones DG, AH, & ducatur FG horizontalis, & DI, AL, utraque ad horizontem pependicularis.

Iam angulus FDC rectus eſt, & anguli B, C, ſimul æquales ſunt recto, ergo ablatis IDC, DCE, alternis parallelarum, remanent

æquales B, & F D I. ſunt ideò ſimilia duo triangula rectangula F D I, B C E. Iam ſic.

Sed quando Graue circumfertur à ſemidiamentro F H, ſiue F A, manente puncto F, tunc momentum totale eius, hoc eſt momentum, quod habet in ſitu H, ad momentum quod habet in ſitu A, eſt, vt HF ad FL, hoc eſt D F ad F I, vel BC ad CE, ob ſimilitudinem triangulorum. Quod erat, &c.



Quod autem idem momentum ſit Grauis conſtituti, ſiue in puncto A quadrantis AH, ſiue in puncto D quadrantis DG, ſiue in puncto D plani tangentis, dubitandum non videtur, quandoquidem angulus contingentiæ inclinationem non minuit, neque auget.

Duo videntur, obſcuritatis neſcio quid, ac dubij, præcedentis theorematis concluſioni offundere; vnum, quod non clarè conſtet, quonam modo momentum totale, hoc eſt, pondus totale, Grauis A, ex puncto H ſuſpenſi, ad momentum peculiare, quod habet idem Graue, ſuſpenſum ex L, ſit, vt H F ad F L; alterum, quod cùm è momento Grauis, ex libra pendentis, tranſeatur ad momentum eiuſdem Grauis in plano decliui, videatur aliquid præexigi, quo clarè doceamur, momentum Grauis A, ex puncto L ſuſpenſi, æquale eſſe momento, quod idem Graue A retinet in plano decliui B C: cùm enim Graue A à plano inclinato B C ſuſtinetur momentum, quod habet in plano B C, minus eſt pondere totali; quo caſu Vectis F H non ſuſtinet totum pondus totale Grauis A, ſed tantam totalis grauitatis partem ſuſtinet, quantum eſt momentum liberum, quod habet Graue A in plano B C, quamobrem Graue A, pendens ex puncto H, non eſt æquale Graui A, pendenti ex puncto L: vnde momentum Grauis A, pendentis ex puncto H, ad momentum, quod habet pendens ex L, cùm & à plano decliui, & à Vecte ſuſtinetur, non eſt, vt H F ad FL. Quod ſi intelligamus planum B C non ſuſtinere Graue A, ſed tangi ſolùm in D, ipſumque Graue A à Vecte totaliter ſuſtineri; licet momentum totale Grauis A, pendentis ex puncto H, ad momentum peculiare, dum pendet ex L, ſit in Vecte, vt H F ad F L, ideſt, A F

ad FL, vel BC ad CE; non idcircò tamen mens noſtra, neſcia concipiendi rerum alio modo, quàm à concluſione in concluſionem gradiendo, poteſt per huiuſmodi ſuccuſſus concludere, momentum totale Grauis A ad momentum, quod habet in plano BC, eſſe, vt BC ad CE.

Hæc ſunt, quæ Torricelliano Theorematì negotium faceſſere videntur. Nos autem, quò tutiùs ſuo illud candori reſtituamus, vniuerſam dubij caliginem non nullis, quas hic ſubijcimus, demonſtrationibus diſſipamus.

DEFINITIO I.

Quidquid propenſionem ad naturalem motum deorſum habet, Graue dicitur.

DEFINITIO II.

Propenſio illa, ſeu energia, quam Graue habet ad motum versùs Terræ centrum, dicitur grauitas, vel pondus.

ANNOTATIO.

Ex præmiſſis definitionibus facile eſt diſcernere, quid vox Graue, quid vox gravitas exprimat; Etenim vox Graue dicit molem, vel extenſionem rei, quam Grauem vocamus, vox autem grauitas, ſeu pondus, dicit propenſionem, vel energiam, vel niſum, quem moles illa ad motum deorsùm habet. Vnde tam in mea Diſſertatione, quàm in hoc tractatu, Graue pro mole rei, quam Grauem dicimus, vſurpatur; idemque eſt dicere, *Graue ad Graue eſt, vt pondus totale ad pondus totale*, ac dicere, *moles ad molem eſt, vt integrum pondus ad integrum pondus*. Quod monitos velim eos, qui, relictis rebus, cauillantur in vocibus.

Grauitas, vel totalis eſt, vel reſpectiua.

DEFINITIO III.

Grauitas totalis (quod & pondus totale, vel momentum totale dicitur) eſt propenſio illa, qua Graue, ſi liberum relinqueretur in aere, motũ deſcenſiuum inchoaret.

ANNOTATIO.

Hic autem aduertendum eſt, inter vocem momenti totalis, & vocem ponderis totalis hoc vnum intereſſe, quòd vox momenti totalis preſſior eſt, quia præcisè exprimit actiuam totalem energiam Grauis, in perpendiculari ad horizontem iam pendentis; vox verò ponderis totalis latior eſt, quia non ſolùm exprimit actiuam totalem energiam Grauis, dum in perpendiculari ad horizontem pendet, ſed etiam ſignat (in Graui non pendente) actiuam totalem energiam, quam tum exerceret, cùm in perpendiculari ad horizontem penderet; itaque, ſi Graue conſtituatur in plano decliui, & velimus exprimere eius totalem grauitationem voce momenti totalis, neceſſe eſt addere hanc reſtrictionem, *pendens in perpendiculari ad horizontem*; ſi velimus autem exprimere eius totalem grauitationem voce ponderis totalis, nihil addere oportet, iam enim intelligitur eſſe illa actiua energia, quam in perpendiculari ad horizontem haberet. Hinc optimæ notæ Auctores, expreſſuri actualem totalem energiam Grauis in perpendiculari ad horizontem iam pendentis, eam ſignant voce momenti totalis; expreſſuri verò totalem energiam, quam Graue (in perpendiculari ad horizontem non pendens) haberet, cùm in ipſa perpendiculari penderet, eam ſignant voce ponderis totalis, ſiue Grauitatis abſolutæ. Nos autem, quia vox ponderis totalis latior eſt, & clarior, quàm momenti totalis, ferè ſemper vocem ponderis totalis pro voce momenti totalis vſurpabimus.

MONITVM.

Quæ dicentur in poſterum, cùm de momento Grauis in plano aliquo decliui mentio fiet, intelligenda ſunt de momento, quod Graue habet, ſuper illo decliui plano collocatum, neque alius adhiberi poteſt intellectus: in Geometria enim monſtruoſum eſt aſſerere, ſolidum eſſe in plano, quoniam iuxta Apollonium Pergeum referente Pappo Alexandrino lib. 7. collect. Mathem. vbi de locis planis, locus ſolidi eſt ſolidus. Quanquam autem ex arbitrio ſit, nomina rebus tribuere, ea nihilominus hac lege ſunt tribuenda, ut rei definitæ conueniant, non repugnent.

Digitized by Google

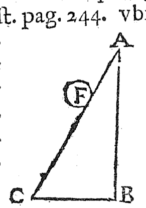
DEFINITIO IV.

Grauitas reſpectiua (quod & momentum peculiare, vel momentum liberum nuncupatur) eſt propenſio illa deſcenſiua, quam Graue habet reſpectu alicuius diſtantiæ, ex qua pendet, vel poſitionis rei, qua nititur, vel medij, in quo eſt.

VEL

Momentum peculiare, ſiue momentum liberum Grauis, eſt propenſio deſcenſiua, totali ſuo pondere maior, aut minor pro ratione variarum, vel diſtantiarum, ex quibus Graue pendet, vel poſitionum eius rei, quâ nititur, vel medij, in quo eſt.

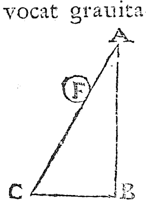
Quanquam vox momenti Grauis ab eo, qui primus impoſuit, ſatis clarè fuerit explicata, quia tamen, vt experientia comperimus, non omnes, qui ad mechanica ſtudia aggrediuntur, verum illius conceptum ſtatim aſſequuntur, viſum fuit Auctoribus, qui deinceps hanc materiam pertractarunt, clariores vſitatioreſque voces gratia facilitatis afferre, cùm nemini lateat, voces ad libitum rebus dari. Hinc propenſionem illam, quam Grave habet in perpendiculari ad horizontem, relictis vocibus momenti abſoluti, & momenti totalis, quibus uſi ſunt Galilæus, & Torricellius, Renatus Deſcartes vocauit grauitatem abſolutam; P. Caſatus dixit grauitationem in perpendiculari ad horizontem; Petrus Erigonius appellauit potentiam deſcenſus; Ego tum in hoc tractatu, tum alibi, pondus totale ſoleo nuncupare; neque verò putet aliquis, ea me voce quidquam nouare velle, cùm vox ponderis totalis, vel grauitatis totalis pro momento totali Grauis, minimè nouitia ſit, ſed Aliis etiam uſurpata, vt videre eſt apud Renatum Deſcartes in 2. par. epiſt. pag. 244. vbi hæc habet -- *Mechanici omnes aſſerunt, grauitatem relatiuam ponderis F, quatenus plano A C innititur, eandem habere proportionem ad grauitatem ſuam abſolutam, atque lineam A B ad lineam AC.* Vnde fit apertum, quòd momentum totale Grauis F in perpendiculari ad horizontem à Renato Deſcartes vocatur grauitas abſoluta, quæ nil eſt aliud, quàm grauitas totalis, vel pondus totale Grauis. Ex dictis itaque colligitur, hæc omnia vocabula, *momentum abſolutum*, *momentum totale*, *pondus totale*, *grauitas abſoluta*, *grauitatio totalis*, *grauitatio in perpendiculari*, *potentia deſcenſus*, & ſimilia, eſſe ſynonyma, & per ipſorum ſingula exprimi



pro-

propenſionem deſcenſiuam, quam Graue habet pendens in recta ad Horizontem perpendiculari.

Rursùs, propenſionem deſcenſiuam Grauis, ex aliqua diſtantia pendentis, aut in plano decliui conſtituti, Deſcartes vocat grauitatem relatiuam; Galilæus, & Torricellius, cùm Graue pendet ex Vecte, ſeu libra, appellant momentum in ſitu, in quo pendet, vel momentum peculiare, cùm autem Graue plano decliui incumbit, appellant momentum Grauis in plano inclinato; nos nuncupamus momentum liberum Grauis in plano inclinato, & momentum peculiare, cùm ex libra, ſeu Vecte Graue pendet: Voces itaque, *grauitas relatiua*, *momentum peculiare*, *momentum in plano inclinato*, *momentum liberum*, *& ſimiles*, ſunt ſynonymæ, & grauitatem reſpectiuam Grauis ſingulæ ipſarum ſignificant.



Quoniam verò reſpectiua hæc grauitas variis exercetur modis, ſequentibus eos exemplis ſingillatim explicabimus.

MONITVM I.

Duo, ex libra ſuſpenſa, Grauia contraponderari, idem, quod librari vocetur, cùm Equalia momenta non habent: Cùm verò æqualia habent momenta, idem, ac æquilibrari dicatur.

MONITVM II.

Cùm de Vecte, libra, fune, orbiculis, & ſimilibus ſermo erit, externa accidentia, (qualia ſunt craſſities, ſcabritia, flexibilitas, contactus, atque id genus alia) iuxta communem Mechanicorum ſuppoſitionem remota intelligantur ita, vt Vectes, libræ, & funes, tanquam lineæ rigidæ, tum latitudinis, tum grauitatis expertes, ſint concipienda.

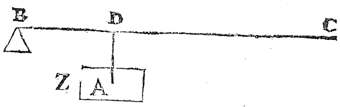
MONITVM III.

Mechanici omnes oſtendunt, quòd cum Graue ex Vecte ſuſpenſum, centrum Grauitatis ſupra Vectem habet, quò magis ſupra horizontem eleuabitur [a] eo minori, vt ſuſtineatur, egebit Potentiâ: Si verò deprimetur, maiori. Contrarium euenit, [b] cùm Graue centrum Grauitatis infra Vectem habet. Cùm demum Graue centrum Grauitatis in ipſo Vecte habet, quomodocunque Vecte transferatur Graue, [c] eâdem ſemper, vt ſuſtineatur, potentiâ opus erit,

a 8. Propoſit. Guidubal. de Monte in tract. de Vecte.
b 9. Propoſit. Guidubal. de Monte in tract. de Vecte.
c 10. Prop. Guidubal. de Monte in tract. de Vecte.

erit. In prioribus Caſibus, ideſt, cum Graue Centrum Grauitatis ſupra, vel infra Vectem habet, intelligitur Graue Vecti innixum vna ſuarum facierum, vel laterum, non verò ita à Vecte diſiuntum, ut pendeat à ſimplici ſua linea directionis, quemadmodum nos toto hoc in opuſculo intelligimus: hoc enim caſu, centrum Grauitatis ipſius Grauis, neque ſupra Vectem eſt, neque infra, ſed in eodem Vecte intelligitur, exempligratia;

Sit A centrũ grauitatis Grauis Z; & ex Vecte BC, cuius fulcimentum B, ſuſpendatur Graue Z, vt ex puncto D, quod ab aliqua Potentia in C ſuſtineatur. Iam preſſio, quam Graue Z facit in puncto D, eadem eſt, atque illa, quam facit in centro A grauitatis; ideòque Graue Z, à ſimplici linea D A ſuæ directionis pendens, conſideratur, perinde, ac ſi centrum ſuæ grauitatis haberet in Vecte B C, hoc eſt, in puncto D. Quo caſu potentia in C, quæ Vectem, quomodocunque eleuatum, ſuſtinet, eadem ſemper eſt. In ijs itaque omnibus, quæ in diſſertatione dicta, *& hìc dicenda ſunt* (vbi ſemper Graue ponimus non pendens à Vecte ita, vt aliquo modo ſuſtineatur ob adhæſionem vnius ſuorũ laterum, vel facierum, ad Vectem, ſed pendens à ſola linea ſuæ directionis, ad Vectem in ſolo puncto alligata) Graue debet intelligi, ita pendens ex Vecte, vt ſi ſuæ grauitatis centrum in eodem, vnde pendet, Vecte haberet.



ANNOTATIO

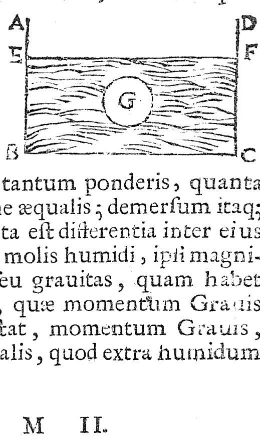
Præcedens Diſtinctio, optimè Galilæo intellecta, locum illi fecit, vt demonſtraret celebrem illam propoſitionem, id eſt *cùm pars ſaxi à ſubiecto plano, pars ab extremitate alicuius Vectis ſuſtinetur, quota pars ponderis totalis ſit momentum illius partis, quæ à ſubiecto plano, & quota illius, quæ à Vecte ſuſtinetur*, vt videre eſt in ſecundo dialogo Mechanic. & Mot. loc. Quæ demonſtratio, & ſi infallibilis eſt, ne quis tamen dubitandi locus relinquatur, aduertendum eſt Galilæum loc. cit. loqui de momentis grauitatis partium ſaxi, non parallelogrammi, centrumque grauitatis extra Vectem, non in Vecte, intelligere. Hæc idcircò monui, ne per incogitantiam quiſpiam labatur.

MONITVM IV.

Citationes margineæ, nullum certi Auctoris nomen indicantes, ad meum Euclidem reſtitutum pertinebunt.

EXEMPLVM I.

In humidum E B C F in Vaſe A B C D demittatur Graue G, quod ſpecie grauius ſit, quàm humidum E B C F, hoc eſt, totale eius pondus in aere maius ſit, quàm pondus totale molis humidi, ipſi Graui G æqualis.

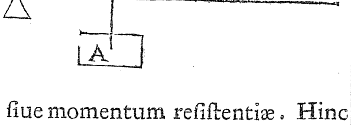


a 7. Propoſ. Archim. de inſident. humido.

Graue G tanto leuius erit humido, quantum eſt pondus totale molis humidi illi æqualis, hoc eſt, Graue G in humido non eam totam habebit grauitatem totalem, quam extra humidum in aere habebat, ſed de tali grauitate detrahetur tantum ponderis, quanta eſt grauitas molis humidi, illi magnitudine æqualis; demerſum itaq; humido Graue tantum ponderabit, quanta eſt differentia inter eius totale pondus extra humidum, & pondus molis humidi, ipſi magnitudine æqualis: talis autem differentia, ſeu grauitas, quam habet Graue G humido demerſum, ea ipſa eſt, quæ momentum Grauis in humido illo nuncupatur. Vnde conſtat, momentum Grauis, humido demerſi, partem eſſe ponderis totalis, quod extra humidum habebat.

EXEMPLVM II.

Ex aliquo puncto D, in Vecte B C ſumpto, pendeat Graue A; & vnum Vectis extremum incumbat fulcimento B, alterum verò extremum C ab aliqua potentia ſuſtineatur. Iam grauitatis pars ea, quæ ſuſtinetur à Potentia in C, repræſentat momentum, quod habet Graue A, ex D ſuſpenſum, quodque dicitur momentum peculiare Grauis A, ex puncto D ſuſpenſi: Altera pars, quæ ſuſtinetur à fulcimento B,

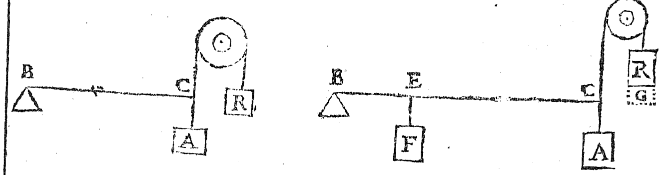


dicitur momentum impeditum, ſiue momentum reſiſtentiæ. Hinc fit, quod quanquam Graue A, in ſe ſpectatum, totum ſuum totale pondus retinet, ex Vecte tamen, vt ex puncto D, ſuſpenſum, deponit partem ſuæ grauitationis totalis, ei detractam à fulcimento B, & reliqua grauitas, qua potentiam in C premit, illa eſſe dicitur, quam habet ſuſpenſum ex D, quæque, vt diximus, momentum peculiare nuncupatur. Vnde manifeſtum eſt, momentum Grauis A, penden-

Digitized by Google

tis ex D, ſui ponderis totalis, ſcilicet ſui momenti totalis partem eſſe.

Præterea ſi Graue A, non ex longitudine B C, ſed ex Vectis C extremitate, pendeat, tunc preſſio Grauis A tota fiet in extremitate Vectis; quamobrem Vectis B C nullam in extremitate B preſſionem faciet, atque ideò fulcimentum B nullam ſuſtinebit Grauitatis A partem, ſed Graue A, ab extremitate C pendens, totum ibi ſuum totale



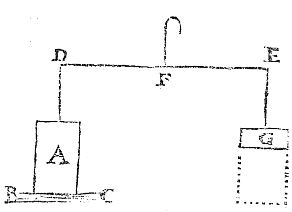
pondus retinebit ita, vt, ſi potentia quæpiam R ſuſtinuerit Graue A, ex C pendens, eadem Potentia R integrum totale pondus Grauis A ſuſtineat, nec Graue ipſum A, pendens ex C, peculiare vllum momentum habebit.

Si deinde, rebus ita manentibus, in Vecte B C quodcunque punctum E aſſumptum fuerit, & ex eo ſuſpendatur Graue F eiuſdem ſpeciei, & Graui A æquale; intelligatur tunc in C Potentia, quæ Graue F ſuſtineat, & ea ſit G. Energia, quam Graue F exercet in E, efficiet, vt vna Vectis extremitas premat fulcimentum B, altera verò extremitas premat Potentiam in C, & ex dictis in principio huius exempli, grauitas, quam Potentia G ſuſtinet, erit momentum peculiare, quod habet Graue F pendens ex puncto E, & ea pars, quam ſuſtinet fulcimentum B, erit momentum impeditum, hoc eſt, erit illa pars grauitatis, quam fulcimentum B de pondere totali Grauis F detrahit. Iam verò, quia Potentia R ſuſtinet pondus totale Grauis A, & Potentia G ſuſtinet momentum peculiare Grauis F, duæ Potentiæ R, G ſimul ſumptæ, ſuſtinebunt grauitates duorum Grauium A, & F, ideſt, ſuſtinebunt pondus totale Grauis A, & momentum peculiare Grauis F. Vnde palàm eſt, Graue, cùm pendet ab extremitate Vectis, nullum habere peculiare momentum, ſed totum in ea ſuum totale pondus retinere, cùm verò pendet ex quocunque alio Vectis loco, retinere in eo peculiare momentum, quod tantò minus eſt ſuo pondere totali, quanta eſt pars illa grauitatis, quæ fulcimento B ſuſtinetur. Cùm itaque Graue A ab extremitate C, & Graue F ab E pendet, tunc deſcenſiua preſſio, quam extremitas C Vectis habebit, componetur ex pondere totali Grauis A, & momento peculiari Grauis F, ex E pendentis.

EXEMPLVM III.

Intelligatur Graue A plano reſiſtenti B C innixum, & ad libram D E, vt in puncto D, alligatum, ſitque F fulcimentum, & factis æqualibus

diſtantijs F E, F D, ſuſpendatur ex E Graue G, cuius totale pondus minus ſit pondere totali Grauis A. Conſtat, tantam preſſionem Graue G facturum eſſe in puncto E, quantum eſt ſuum totale pondus; & quia, cùm extremum E libræ versùs G premitur, huiuſmodi deſcenſiua preſſio attollit, hoc eſt, in ſublime premit extremum D, tanta vi, quanta premit E verſus G, preſſio verò tanta eſt, quantum eſt totale pondus Grauis G; ideò Graue G tantum ſuſtinet ponderis A, quantum eſt ſuum pondus totale, & quantò maius eſt Graue G, tantò maiorem ponderis A partem ſuſtinebit. Hinc eſt, quòd Graue A premit planum B C, non integro pondere ſuo totali, ſed grauitate tanto minore, quantum eſt pondus totale Grauis G, ideòque Graue A in expoſita hypotheſi non retinet in A totum ſuum pondus, ſed ſolam ponderis partem, quæ eſt differentia, quantò pondus totale Grauis A excedit pondus totale Grauis G; ea verò pars, quâ Graue A premit planum B C, iuxta dictam hypotheſim, dicitur momentum peculiare Grauis A. Vnde patet, momentum peculiare Grauis A in data hypotheſi partem eſſe ponderis totalis ipſius Grauis A.



Et ad maiorem claritatem, ponatur Graue A eſſe librarum 50. hoc per ſe ſolum premeret planum B C tanta energia, quanta eſt preſſio, quam pondus 50. librarum poteſt efficere. Ponatur iam in extremo E Graue G, exempli gratia librarum 10. quoniam diſtantia D F æqualis eſt diſtantiæ F E, Graue G ſuſtinebit tantam partem ponderis A, quantum eſt pondus 10. librarum, & preſſio tunc Grauis A in plano B C non erit amplius librarum 50. ſed 40., quod ſi Graue G ita augeretur, vt eius totale pondus eſſet librarum 20. tunc preſſio, quam Graue A efficeret in plano B C, tanta eſſet, quantum eſt pondus 30. librarum, & hunc in modum pondus totale, hoc eſt, momentum totale Grauis A, in duo partialia momenta diuiditur: vnum eſt illud, quod ei detrahitur à pondere totali Grauis G, ſuſtinentis tantam partem, quanta eſt grauitatio ipſius Grauis G; & hocdicitur momentum impeditum: alterum eſt reliquum pondus Grauis A, quo premit planum B C, & dicitur momentum peculiare, quod habet Graue A, cùm à Graui G libratur. Vnde patet, momenta Grauis eſſe partes ſui ponderis totalis. Si verò Graue G in tantum augeretur, vt eius totale pondus æquale eſſet ponderi totali Grauis A, tunc Graue G æquilibraret totum Graue A, quo caſu Graue A nullo modo planum B C premeret, ſed dumtaxat tangeret, & tam momentum Grauis A, quàm momentum totius Grauis G, eſſet momentum totale impeditum, & neutrum Grauium peculiare momentum haberet.

SCHO-

SCHOLION.

Quò maior ſequenti exemplo concilietur facilitas, hoc lemma præmitto.

Si de medietate aggregati duarum inæqualium quantitatum, minor quantitas detrahatur, reliquum medietati differentiæ earundem inæqualium quantitatum eſt æquale.

Sint inæquales quantitates A B maior, & B C minor; earum aggregatum ſit A C, quo diuiſo bifariam in D, erit D C medietas totius aggregati A C: ſi ex D C minor quantitas B C detrahatur; Dico, reliquam D B æqualem eſſe medietati differentiæ inter A B, & BC.



Fiat A E æqualis minori B C; erit E B differentia, qua A B excedit B C. Iam, quia A D ex conſtructione æqualis eſt D C, detractis æqualibus A E, & B C, remanet E D æqualis D B; quamobrem D B erit medietas ipſius E B, hoc eſt, medietas differentiæ, qua maior A B minorem B C excedit. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM I.

Conſtat ex dictis, medietatem aggregati duarum inæqualium quantitatum tantò maiorem eſſe minore quantitate, quantò minor eſt maiore.

In præcedente figura quantitas DC, quæ eſt medietas aggregati A C, tantò maior eſt minore B C, quanta eſt DB, & quantitas AD, quæ æqualis eſt DC, tantò minor eſt maiore AB, quanta eſt ipſa DB.

COROLLARIVM II.

Vnde infertur, medietatem aggregati inæqualium duarum quantitatum eſſe mediam Arithmeticam inter minorem, maioremque quantitatem.

COROLLARIVM III.

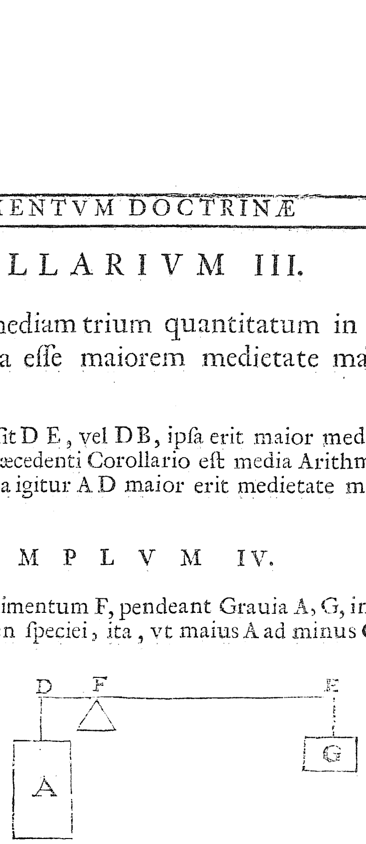
Infertur etiam, mediam trium quantitatum in progreſſione arithmetica eſſe maiorem medietate maioris termini.

Cùm enim A D maior ſit D E, vel D B, ipſa erit maior medietate totius A B; ſed A D ex præcedenti Corollario eſt media Arithmetica inter duas A B, B C; media igitur A D maior erit medietate maioris termini A B.

E X E M P L V M IV.

Ex libra DE, cuius fulcimentum F, pendeant Grauia A, G, inter ſe inæqualia, eiuſdem tamen ſpeciei, ita, vt maius A ad minus G ſit, vt E F ad F D. Grauia A, G, [a] in æquilibrio erunt; & ſimul cum libra DE conſtãt vnicum Graue, cuius grauitatis centrum eſt punctum F.

a Conuer. ad 6. & 7. prop. Archim. de æqueponder.



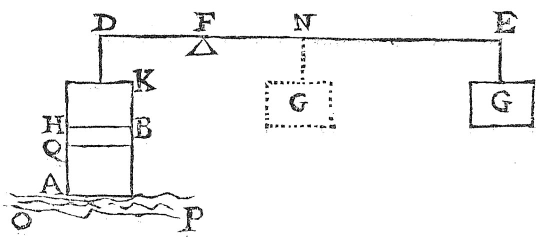
Quia verò centrum grauitatis diuidit Graue A D E G [b] in duo Grauia æqualium momentorum, quæ momenta, ſimul iuncta, æqualia ſunt ponderi totali totius Grauis ADEG, ideò tam momentum partis F E G, quàm momentum partis FDA, æquale erit medietati ponderis totalis totius Grauis ADEG; & quia partes FE, FD libræ ſine vllo pondere ſupponuntur, erit idcircò tam momentum Grauis G, quàm momentum Grauis A, æquale medietati ponderis totalis Aggregati ex Grauibus A, & G, atque ex I. præcedentium Coroll. momentum minoris Grauis G eſt tantò maius pondere totali minoris Grauis G, quantò minus eſt totali pondere maioris Grauis A, hoc eſt, quantò momentum maioris Grauis A minus eſt totali pondere ipſius Grauis A; quare per 2. coroll. preced. momentum cuiuſque ex duobus Grauibus inæqualibus A, G à libra D E in æquilibrio pendentibus, eſt medium arithmeticum inter totale pondus minoris G, & totale pondus maioris A.

b Federici Commandini de centro grauit. & def. 7. lib. 1. de centr grau. Pauli Guldini.

In ſubiecta figura ſit Graue A B, plano O P innixum, & ad extremitatem libræ D E alligatum, ſitque F fulcimentum; factiſque æqualibus diſtantiis F N, F D, ſuſpendatur ex N Graue G eiuſdem ſpeciei, & Graui A B minus. Intelligatur deinde Graue HK eiuſdem ſpeciei, Graui G æquale, & ex D ſuſpenſum. Erit Graue A K æquale aggregato ex Grauibus A B, & G, & pondus totale Grauis A K æquale erit ponderi totali duorum Grauium AB, & G, ſimul iun-

ctorum.

ſtorum. Iam Graue AK diuidatur in duo æqualia Grauia, ſitque QK medietas totius Grauis AK; pondus totale Grauis QK æquale erit medietati ponderis totalis Aggregati ex duobus Grauibus AB, & G.



Præterea, quia æqualia Grauia HK, & G ex æqualibus diſtantijs DF, FN ſuſpenduntur, æqualia idcircò momenta habent; quæ momenta, ex dictis in fine 3. exempli, eadem ſunt, ac eorum totalia pondera. Nunc intelligatur Graue G, ex N in E ita translatum, vt cum Graui AB in æquilibrio conſiſtat; ex dictis in principio huius exempli, momentum Grauis G, ex puncto E pendentis, æquale eſt medietati ponderis totalis Grauium AB, & G, ſimul ſumptorum, hoc eſt, æquale ponderi totali Grauis QK. Iam verò, ſi momentum Grauis G, ex N ſuſpenſi, æquale eſt totali ſuo ponderi, hoc eſt, æquale totali ponderi Grauis HK, & momentum eiuſdem Grauis G, ex E ſuſpenſi, æquale eſt totali ponderi Grauis QK, manifeſtum eſt, quod diſtantia NE ponderi totali Grauis G ex puncto E ſuſpenſi tantam auxerit grauitatem, quantum eſt pondus totale Grauis QB. Quamobrem momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, tanto maius eſt totali pondere Grauis G, quantum eſt totale pondus Grauis QB.

Tandem, quia pondus totale Grauis QK æquale eſt medietati ponderis totalis Aggregati ex duobus Grauibus AB, & G, ſi de totali pondere Grauis QK detrahatur totale pondus minoris Grauis G, ideſt, totale pondus Grauis HK, ex antec. Lem. remanet pondus totale Grauis QB æquale medietati differentiæ, qua pondus totale maioris Grauis AB excedit pondus totale minoris Grauis G: ſed pondus totale Grauis QB ex demonſtratis æquale eſt differentiæ, qua momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, excedit pondus totale ipſius Grauis G; momentũ igitur minoris Grauis G, ex E ſuſpenſi, tantò maius eſt totali pondere ipſius Grauis G, quanta eſt medietas differentię inter pondus totale maioris Grauis AB, & põdus totale minoris Grauis G; quia autẽ, vt ſupra dictũ fuit, momentũ Grauis G, ex E ſuſpenſi, tantò maius eſt totali pondere eiuſdem Grauis G, quantò momentum Grauis AB, ex D pendentis, minus eſt totali eiuſdem Grauis AB pondere, ideò momentum Grauis AB, ex D pendentis, tantò minus erit pondere totali eiuſdem Gra-

uis

uis A B, quanta eſt medietas differentiæ inter pondus totale ipſius maioris Grauis A B, & pondus totale minoris Grauis G.

Cùm igitur inæqualia duo Grauia, ex inæqualium brachiorum libra pendentia, in æquilibrio conſiſtunt,

Concluſio 1. Momentum minoris Grauis, ex diſtantia maiore ſuſpenſi, tantò maius eſt totali pondere ipſius minoris Grauis, quanta eſt medietas differentiæ inter totalia maioris, & minoris Grauis pondera.

Concluſio 2. Momentum maioris Grauis, ex diſtantia minore ſuſpenſi, tantò minus eſt totali ipſius maioris Grauis pondere, quanta eſt medietas differentiæ inter totalia maioris, & minoris Grauis pondera.

Concluſio 3. Pondus totale minoris Grauis, momentum vtriuslibet ex ipſis Grauibus, & pondus totale maioris Grauis, ſunt in Arithmetica progreſſione.

Concluſio 4. Vnde colligitur, momentum minoris Grauis, ex maiore diſtantia ſuſpenſi, minus eſſe pondere totali maioris Grauis, ex minore diſtantia pendentis: contra verò, momentum maioris Grauis pondere totali minoris maius eſſe.

COROLLARIVM I.

Manifeſtum ex dictis eſt, cùm inæqualia duo Grauia, ex libra ſuſpenſa, ſunt in æquilibrio, vtrius libet Grauis momentum eſſe maius medietate ponderis totalis maioris Grauis; cùm enim illud momentum ſit medium Arithmeticum inter pondus totale maioris Grauis, & pondus totale minoris, ex coroll. ad ſcholion poſt tertium Exemplum momentum vtriuslibet ex ipſis Grauibus maius eſt medietate ponderis totalis maioris Grauis, vt dictum eſt.

COROLLARIVM II.

Hoc fit, vt momentum cuiuſcunque Grauis, ex aliqua diſtantia ſupenſi, aliudque Graue æquilibrare debentis, nec æquale, nec minus medietate ponderis totalis eiuſdem Grauis eſſe poſſit. Quando enim momentum illud maius non eſſet medietate ponderis totalis ſuſpenſi

Grauis, tunc impoſſibile eſſet, Graue vllum reperire, quod illud æquilibraret ita, vt tale momentum retineret.

ANNOTATIO I.

Quis quis determinationem quantitatis momenti, quod habet utrumlibet inæqualium Grauium, ex brachiorum inæqualium libra in æquilibrio pendentium, phyſicè in quarto primæ Impreſſionis exemplo deductam perpendet, eamque cum altera, in præcedenti exemplo huius impreſſionis geometricè inſtituta, comparabit, facili is quidem negotio intelliget, phyſicas deductiones eſſe incertas, Geometricas, contrà, certiſſimas: Illìc ſola inſpectio phyſica ſatis perſuadebat, momentum minoris Grauis tantò maius eſſe pondere totali eiuſdem Grauis, quanta eſt differentia inter pondus totale minoris, ac pondus totale maioris Grauis: Hìc Geometrica demonſtratio certò ſtatuit, augumentum ponderis in minori Graui, quod cum maiori in æquilibrio conſiſtit, non eſſe integram differentiam, at medietatem differentiæ, inter pondus totale maioris, ac pondus totale minoris Grauis; notandum eſt tamen, ambas momenti determinationes nobis uſui fuiſſe ad demonſtrandas duas tantùm propoſitiones negatiuas, vnam ſcilicet, quòd momentum Grauis ex libra ſuſpenſi, non componitur ex multiplicatione ponderis in diſtantiam, alteram, quòd paſſiones momentorum Grauium inæqualium, in æquilibrio ex libra pendentium, non ſunt eædem, ac momentorum eorundem Grauium à ſeiunctorum Vectium extremitatibus ſuſpenſorum: licet verò prædictæ determinationes aliquantum inter ſe diſſentiant, ad demonſtrandum tamen idem propoſitum omninò conſentiunt: id quod fit, cùm res demonſtranda, vera eſt.

COROLLARIVM.

Ex dictis colligitur, phyſicas inſpectiones, niſi clariores per ſe ipſæ ſint, quàm ut aliquid dubitationis patiantur, comprobandas ſemper eſſe Geometricis demonſtrationibus, ſine quibus non ſolùm nulla certitudo de natura, ac paſſionibus rerum, quantitate affectarum, haberi poteſt, ſed etiam facillimè in id peccatur, ut pro

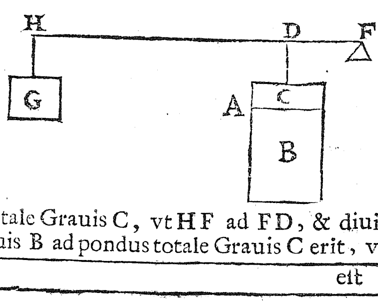
Digitized by Google

veris admittantur ea, quæ, cùm falſa ſint, meram Veritatis ſpeciem præſeferunt, vt non nullis accidit, qui phyſico dumtaxat ratiocinio ducti, aſſerunt, Circulum infinitorum laterum eſſe Poligonum, id quod ſi ad geometricum rigorem expendant, vel demonſtrata ab Euclide in 2. propoſ. lib. 3. elem. tantùm conſiderent, inuenient, tantùm abeſſe à vero, quantùm abeſt, ut minima quæpiam pars circumferentiæ poſſit eſſe recta linea. Idem prorsùs aliis etiam accidit, qui opinantur, cùm differentia inter duas propoſitas magnitudines minor eſt quauis data quantitate, duas illas magnitudines inter ſe æquales eſſe: quod ſanè à recta Geometria eſt ablegandum; quantumuis enim minima ſit differentia inter duas magnitudines, clarè tamen nobis ſemper repræſentat earundem magnitudinum inæqualitatem, eæque propterea magnitudines ad æqualitatem propiùs quidem accedent, nunquam verò æquales erunt.

ANNOTATIO II.

Cùm ex Vecte duo pendent inæqualia Grauia ita, vt diſtantiæ ſint in reciproca ratione cum ipſis Grauibus; pondus totale minoris Grauis, ex maiore diſtantia ſuſpenſi, momento maioris Grauis, ex diſtantia minore pendentis, æquale eſt.

Ex Vecte H F, cuius fulcimentum F, pendeant inæqualia Grauia, G quidem minus, & A maius, ita, vt Graue A ad Graue G ſit, vt diſtantia H F ad diſtantiam D F. Dico, pondus totale Grauis G momento Grauis A, ex D pendentis, æquale eſſe.



Abſcindatur ex Graui A pars C, cuius totale pondus æquale ſit ponderi totali Grauis G; erit pondus totale Grauis A ad pondus totale Grauis C, vt H F ad F D, & diuidendo a pondus totale Grauis B ad pondus totale Grauis C erit, vt

a 17. 5.

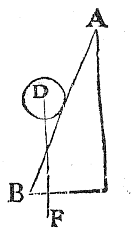
eſt HD ad DF. Iam concipiatur Vectis HF, vnde pendeat ſolum Graue A, qui à duabus potentijs, in H, & F applicatis, ſuſtineatur; erit potentia in F ad potentiam in H, [b] vt HD ad DF, hoc eſt, vt pondus totale Grauis B ad pondus totale Grauis C, & componendo duæ potentiæ in H, & F, ſimul ſumptæ, ad potentiam in H, [c] erit, vt pondus totale Grauis A ad pondus totale Grauis C, vel G: ſed duæ potentiæ in F, & H, ſimul ſumptæ, [d] ſunt æquales ponderi totali Grauis A; erit pondus totale Grauis A ad potentiam in H, vt eſt idem pondus totale Grauis A ad pondus totale Grauis G, ex H ſuſpenſi; quapropter potentia in H [e] ponderi totali Grauis G æqualis erit; ſed potentia in H (poſito fulcimento F, loco potentiæ in F) ex demonſtratis in Prop. 2. huius, æqualis eſt momento peculiari Grauis A, ex D ſuſpenſi; pondus igitur totale Grauis G æquale eſt momento peculiari Grauis A, ex D ſuſpenſi, quod erat oſtendendum.

b 3. Coroll. ad 2. Prop. Guidubal. de Monte in tr. de Vecte.
c 18. 5.
d Coroll. 4. ad Prop. 2. Guidubal. de Monte in tr. de Vecte.
e 9. 5.

EXEMPLVM V.

In plano decliui AB intelligatur Graue D, ſitque DF linea directionis, ſecundùm quam Graue D propenſionem ad motum deorsùm exercet. Quia planum AB reſiſtendo, ſuſtinet partem ponderis totalis Grauis D, hoc fit, vt pondus totale Grauis D diuidatur in duo momenta partialia; vnum illud eſt, quod ei à plano decliui detrahitur, & dicitur momentum impeditum, vel momentum reſiſtentiæ; alterum eſt propenſio illa deſcenſiua, qua Graue D in ſua libertate relictum, inchoaret motum deſcenſiuum per planum AB, & dicitur momentum liberum, vel non impeditum, in plano AB.

Ne vllũ deſideretur exẽplum, hùc illud translatũ eſt, quod in initio noſtræ Diſſertationis poſuimus.



Iam verò, quia Graui D, in ſe ſpectato, nulla ineſt alia propenſio deſcenſiua præter eam, quam ſuum illi totale pondus tribuit, indubitatum erit, quòd addito pondere, ſeu momento, quod à plano BA detrahitur, ponderi, ſeu momento non impedito, quod ei remanet, aggregatum æquabitur ponderi ſuo totali: Grauis igitur momenta partialia, ſunt partes ſui ponderis totalis, hoc eſt, ſui momenti totalis.

Ex dictis manifeſtum eſt, idem Graue maiorem, & minorem habere poſſe grauitatem pro varijs tum diſtantijs, ex quibus pendet, tum poſitionibus rerum, quibus innititur, ac medijs in quibus ponitur. Et momenta peculiaria Grauis, ex libra ſuſpenſi, nulla re alia à momentis Grauis in plano decliui differunt, niſi modo; Vnde quamuis illud, quod in plano decliui dicitur momentum liberum Grauis, in libra vocetur momentum peculiare, vtrunque tamen & momentnm liberum, & momentum peculiare dici poteſt.

At verò, quò clarior ſim, in Tyronum gratiam afferam momenti

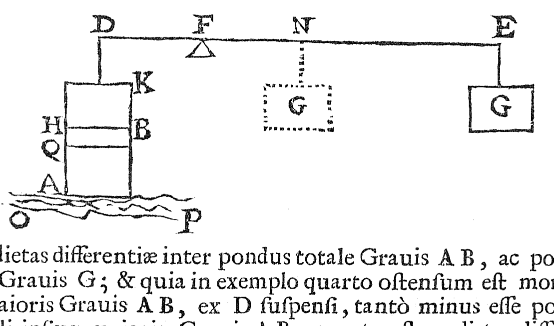
definitionem, quam in pag. 6. ſuæ Mech. his verbis tradit Clariſſimus Galilæus.

Momento è la propenſione di andare al baſſo cagionata non tanto dalla grauità del mobile, quanto dalla diſpoſitione, che habbiano tra di loro diuerſi Graui, mediante il qual momento ſi vedrà molte volte un corpo men graue contrapeſare vn altro di maggior grauità, come nella ſtadera ſi vede vn picciol contrapeſo alzare vn altro peſo grandiſſimo non per ecceſſo di grauità, ma ben per lontananza dal punto doue viene ſoſtenuta la ſtadera, la quale congiunta con la grauità del minor peſo gli aggiunge momento, & impeto di andare al baſſo, col quale può eccedere il momento dell'altro maggior Graue: è dunque il momento quell'impeto di andare al baſſo compoſto di grauità, poſitione, ed altro, dal che poſſa eſſere tal propenſione cagionata.

Quis quis definitionem hanc à Galilæo explicatam, ſedulò perpendit, non ſolùm agnoſcet, illam ad vnguem ijs reſpondere, quæ præcedentibus nos exemplis explicauimus, verùm etiam intelliget, momentum peculiare Grauis eſſe, non ſcholaſticum aliquod Blittri, diuerſi idcircò generis à pondere totali eiuſdem Grauis, ſed totalem preſſionem deſcenſiuam ideſt totalem grauitatem, vel auctam, vel imminutam ex diſtantia, vel poſitione rei, qua Graue nititur, vtque grauitates, inter ſe eiuſdem ſunt generis, ita Grauis momentum, eiuſque totale pondus, cùm ambo ſint grauitates, eiuſdem generis eſſe. Et, ne qua ex vocum ſimilitudine ſuboriatur confuſio, operæ pretium erit aduertere, vocem *momentum*, vt vniuerſalem, varijs applicabilem eſſe ſubiectis, eiuſque ſubiecti, cui aptatur, naturam ſequi. Exempli gratia. Cùm dicitur, *hoc eſt negotium magni momenti*, nil explicatur aliud, quàm negotium magnum (*vulgò*, *di grande importanza*): quare vox *momentum* preſsè dicit magnitudinem (*l'importanza*) negotij. Cùm dicitur, *momentum temporis*, exprimitur exigua temporis particula; vnde *momentum temporis* pars eſt temporis; atque ideò eiuſdem eſt naturæ cum tempore. Cùm dicitur, *momentum velocitatis* innuitur aliquis velocitatis gradus; quapropter *momentum velocitatis* pars eſt integræ, & maximæ velocitatis mobilis, ideòque eiuſdem cum velocitate naturæ eſt. Cùm tandem dicitur, *momentum grauitatis*, vel *momentum Grauis*, *aliquo in ſitu collocati*, propriè exprimitur pro-

penſio, hoc eſt, niſus ille, quem Graue retinet, quo, ſi liberum relinqueretur in aere, inciperet deſcendere; quia verò iuxta varias, ex quibus pendet, diſtantias, variaſue inclinationes, aut media, in quibus collocatur, Graue retinet inæquales propenſiones, ideò, cùm deſcenſiua propenſio repræſentat integrum pondus Grauis, dicitur momentum totale, vel pondus totale, cùm autem propenſio deſcenſiua non repræſentat integrum pondus Grauis, ſed eo maior eſt, aut minor, appellatur momentum peculiare, aut momentum liberum Grauis. Hinc manifeſtum eſt, momentum Grauis nihil quidquam differre à grauitate, idemque eſſe, dicere momentum Grauis, ac dicere grauitatem reſpectiuam. Tyro igitur caueat, nè momentum Grauitatis cum momento velocitatis confundat; aliter in grauiſſimos labetur errores. Verùm vbi Galilæus ait momentum componi *di grauità*, *poſitione*, *ed altro*, non ea eſt ſententia, vt talis compoſitio per multiplicationem fiat, ſed, vt momentum Grauis oriatur ex duobus entibus, coniunctim concurrentibus ad momenti conſtitutionem, ideſt, ex pondere totali Grauis, quod diminutionem, vel augmentum grauitatis recipit, & ex poſitione, huiuſmodi diminutionem, vel augumentum producente.

Repetatur tum figura, tum conſtructio in vltima parte 4. exempli poſita, & oſtendatur, vt ibi, quòd transferendo Graue G ex N in E ita, vt, ſuſpenſum ex E cum maiore Graui A B in æquilibrio conſiſtat, diſtantia N E auxerit tantam grauitatem ponderi totali ipſius Grauis G, quantum eſt pondus totale Grauis Q B, ideſt quanta



eſt medietas differentiæ inter pondus totale Grauis A B, ac pondus totale Grauis G; & quia in exemplo quarto oſtenſum eſt momentum Maioris Grauis A B, ex D ſuſpenſi, tantò minus eſſe pondere totali ipſius maioris Grauis A B, quanta eſt medietas differentiæ inter pondus totale Grauis A B, ac pondus totale Grauis G, pro-

pterea manifeſtum erit, quod momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, oritur ex aggregato duorum ponderum, hoc eſt, ponderis totalis Grauis G, & medietatis differentiæ inter pondus totale Grauis A B, & pondus totale Grauis G; item quòd momentum maioris Grauis A B, ex D ſuſpenſi, oritur ex differentia, qua pondus totale Grauis A B excedit medietatem differentiæ inter pondus totale ipſius Grauis AB, & pondus totale minoris Grauis G.

Vlteriùs in ſequenti figura ex Vecte F E, cuius fulcimentum F, pendeat Graue G, quod reſiſtenti plano B C innitatur; Graue G, cùm nihil, quo libretur, habeat, tantam faciet in plano B C preſſionem, quantum eſt totale eius pondus. Si deinde Graue G, ex E ſuſpenſum, in alium Vectis ſitum, vt in H, deferatur, atque in extremitate E Vectis applicetur potentia quæpiam, quæ Graue G, ex H ſuſpenſum, ſuſtineat; tunc pondus Grauis G, ex H ſuſpenſi, partim à potentia in E, partim etiam à fulcimento F, ſuſtinebitur: ſed ex dictis in 2. Exemplo, pars ponderis, quam ſuſtinet potẽtia in E, repreſentat momentum Grauis G, ex H ſuſpenſi; erit momentum Grauis G, ex H ſuſpenſi, tantò minus totali ſuo pondere, quanta eſt ea ponderis pars, quam ſuſtinet fulcimentum F; ſed pars ponderis, quam ſuſtinet fulcimentum F, tanta eſt, quantum eſt pondus, quod diſtantia E H detrahit ex pondere totali Grauis G; erit idcircò momentum Grauis G, ex H ſuſpenſi, tantò minus totali ſuo pondere, quantum eſt pondus, quod ex ipſo Graui G detrahit diſtantia E H. Quamobrem hoc in caſu momentum Grauis G, ex H ſuſpenſi, oritur ex pondere totali Grauis G, & ex ponderis parte, quam diſtantia E H detrahit. Hinc lucem capit dictum illud Galilæi, quòd momentum Grauis componitur ex pondere, & diſtantia; nihil enim aliud ſignificare voluit Vir doctiſſimus, niſi, quòd momentum Grauis, ex libra, ſeu Vecte ſuſpenſi, componatur ex pondere totali ipſius Grauis pendentis, & ex pondere, quod ei addit, detrahitue diſtantia: quapropter huiuſmodi compoſitio interdum per additionem, interdum etiam per ſubtractionem, habetur. Quid ſi probauero, fieri nullo pacto poſſe, vt per multiplicationem habeatur? res nonnullis, qui mechanica ſtudia vix à limine ſalutarunt, fortaſſe noua; ſed facillima demonſtratu.

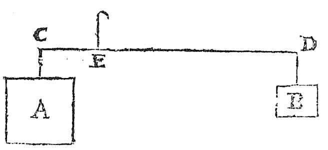
Ponatur in præcedenti figura pondus totale Grauis G librarum 20., & diſtantia EF tripla diſtantiæ FH, erit EF tres illarum partium, quarum HF eſt vna. Multiplicetur igitur pondus Grauis G, ex E ſuſpenſi, per numerum partium diſtantiæ EF, hoc eſt per 3; productum erit 60: momentum igitur Grauis G, ex E ſuſpenſi, eſſet librarum 60. ſed ex Coroll. ad Prop. 3. momentum Grauis G, ab extremitate E ſuſpenſi, idem eſt, ac totale pondus Grauis G; pondus igitur totale Gra-

uis G eſſet librar.60. quod eſt cõtra hypotheſin, fuit enim poſitum 20. librarum. Non ergo momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, componitur ex multiplicatione Grauis G, & diſtantiæ F E. Præterea, quia momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, ad momentum eiuſdem Grauis G, ex H pendentis, a eſt, vt E F ad F H, E F autem tripla eſt diſtantiæ F H, erit momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, triplum momenti ipſius Grauis G, ex H pendentis; ſed ex dictis momentum Grauis G ex E ſuſpenſi, eſt librarum 60., erit idcircò momentum Grauis G, ex H pendentis, librarum 20. fuit poſitum pondus totale Grauis G. librarum 20.; erit igitur momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, æquale ſuo ponderi totali, quod tum dictis in ſecundo exemplo, tum rationibus omnibus Mechanicis repugnat. Non ergo momentum Grauis, ex Vecte ſuſpenſi, ex multiplicatione ponderis, & diſtantiæ componitur.

a Prop.6.de libra Guidubal.de Monte.

Deceptio ſanè, quæ inſedit mentem aliquorum, exiſtimantium, Grauis momentum ex multiplicatione ponderis, & diſtantiæ componi, ex eo ortum habet, quod viderint, momenta Grauium, in æquilibrio pendentium inter ſe eſſe, vt producta ex multiplicatione ponderum in diſtantias.

Exempli cauſa, ex libra C D, cuius centrum E, pendeant Grauia A, & B, quæ ſint in æquilibrio; erit D E ad EC, b vt Graue A ad Graue B, hoc eſt, c vt pondus totale Grauis A ad pondus totale Grauis B; ideòque productum ex multiplicatione ponderis totalis Grauis A in diſtantiam C E, d æquale erit producto ex multiplicatione ponderis totalis Grauis B in diſtantiam D E: & quia momenta Grauium A, & B ſunt inter ſe æqualia, erit momentum Grauis A ad momentum Grauis B, vt productum ex multiplicatione ponderis A in diſtantiam C E ad productum ex multiplicatione ponderis B in diſtantiam E D: quò fit, vt poſito Graui A librarum 30. & Graui B librarum 10., hoc eſt, in tripla ratione, D E fuerit tripla diſtantiæ E C, ſumptaque E C, vti vnitate, fuerit D E tres illarum vnitatum; vnde, cùm deinde pondus B, quod eſt librarum 10., multiplicatur per numerum 3., conſurgunt libræ 30. pro momento Grauis B, quemadmodum cùm multiplicatur pondus A, quod eſt 30. librarum, per vnitatem, conſurgunt libræ 30. pro momento Grauis A. Quod in cauſa eſt, vt putent, tam momentum Grauis B, quàm momentum Grauis A, eſſe librarum 30., tandemque concludant, momenta Grauium, ex libra ſuſpenſorum, componi per multiplicationem ponderum in ſuas diſtantias. At enim longè aliter ſe res habet; quanquam enim iuxtà ſupra dictum calculum momentum Grauis A ad momentum Grauis B ſit, vt 30.

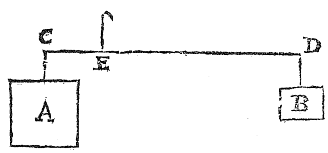


b 6.& 7.Propoſ.Archim in æquipond
c 2.&3.Propoſ. Marini Ghetal. in Archim.pro
d Lemma 3. poſt 18.propoſit.lib.6.

ad

Digitized by Google

ad 30., nihilominus tum momentum Grauis B, tum momentum Grauis A, non eſt librarum 30. Quoniam, cùm in Exemplo 4. probatum ſit, momentum cuiuſque ex duobus inæqualibus Grauibus, in æquilibrio pendentibus ex libra inæqualium brachiorum, eſſe medium Arithmeticum inter minus, ac maius Graue; cùmque in noſtra hypotheſi Graue A ſit lib.30., & Graue B. lib.10.: media quantitas Arithmetica ideſt momentum cuiuſque ex ipſis Grauibus, eſt lib. 20. non verò lib. 30. non igitur momentum Grauis componitur ex multiplicatione Ponderis in ſuam diſtantiam; ſed (quemadmodum in prima concluſione 4. Exempli dictum fuit) momentum minoris Grauis componitur ex aggregato ponderis totalis minoris Grauis B, & medietatis differentiæ inter pondus totale Grauis A, & pondus totale Grauis B.



Si deinde ſupponamus, diſtantiam C E in quotuis æquales partes, exempli gratia, in decem diuiſam, tunc quia per hypotheſin D E tripla eſt ipſius C E, erit D E triginta illarum æqualium partium. Si ergo pondus B, quod eſt lib. 10. multiplicabitur in diſtantiam D E, quæ eſt 30., conſurgunt libræ 300. pro momento Grauis B: At pondus totale Grauis A poſitum eſt lib.30., momentum igitur maius eſſet pondere totali maioris Grauis A, quod eſt contra dicta in quarta concluſione exempli quarti. Vnde prout numerus partium in diſtantia CE mutatus fuerit, ita diuerſa etiam momenti Grauis D quantitas variatur. Hoc perpetuum eſt, quod cùm pondus totale Grauis A ad pondus totale Grauis B ſit, vt D E ad E C, quatuor quantitates proportionales habemus, & ex 3. Lemmate poſt 18. Prop. libri ſexti noſtri Euclidis Reſtituti, productum ex multiplicatione extremarum, hoc eſt, ponderis A in diſtantiam C E, æquale eſt producto ex multiplicatione mediarum, hoc eſt, ponderis B in diſtantiam D E; Quoniam verò Grauia A, B habent æqualia momenta, ob rationem æqualitatis, ea producta ſunt inter ſe, vt ipſorum Grauium momenta; at minimè verum eſt, ea producta dictis momentis eſſe æqualia. Hæc ſanè clariora ſunt, quàm vt probationis indigeant; quia tamen non deſunt, quos cauillari delectet, ideò geometricè, placuit, omnia demonſtrare.

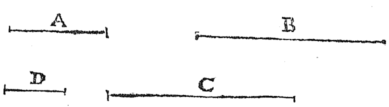
DEMONSTRATIO I.

Si duarum quantitatum vna ſumatur, vt vnitas; productum ex illarum multiplicatione, alteri quantitati eſt æquale: & ſi productum ex duarum quantitatum

mul-

multiplicatione vni quantitati eſt æquale; altera quantitas vnitatem repræſentat.

Sint duæ magnitudines propoſitæ, vt A, & B, quarum vna, exempli gratia A, ſumatur, vt vnitas. Dico primò, productum ex multiplicatione A in B æquale eſſe magnitudini B.



Diuidatur [a] B per A ſecundùm vnitatem A, & quotiens ſit C; productum ex multiplicatione quotientis C in diuiſorem A [b] æquale erit quantitati B: atque ex tertia Definit. poſt 18. Prop. 6. lib. mei Eucl. reſtit. Erit quotiens C ad vnitatem A, vt quantitas diuiſa B ad diuiſorem A; quamobrem quantitates C, & B [c] ſunt inter ſe æquales, & productum ex multiplicatione C in A æquale erit producto ex multiplicatione B in eadem A; ſed productum ex multiplicatione C in A, ex demonſtratis, æquale eſt quantitati B, productum igitur ex multiplicatione B in A æquale eſt quantitati B. Quod erat primò oſtendendum.

a lem. 5. poſt 18. propoſ. 6. lib.

b lem. 6. poſt 18. propoſ. 6. lib.

c 9. 5.

Rursùs poſito, quòd productum ex multiplicatione A in B æquale ſit quantitati B. Dico quantitatem A repræſentare vnitatem.

Sit D vnitas, ſecundùm quam factum ſit productum ex multiplicatione A in B. Diuidatur [d] B per A ſecundùm vnitatem D, & quotiens ſit C; productum ex multiplicatione C in A [e] æquale erit quantitati B; ſed per hypotheſin quantitas B æqualis eſt producto ex multiplicatione A in B, productum idcircò ex multiplicatione A in B æquale erit producto ex multiplicatione eiuſdem A in C; quamobrem C, & B ſunt inter ſe æquales, eritque B ad A, [f] ut C ad eandem A. Iam verò, quia B, diuiſa per A ſecundùm vnitatem D, ex conſtructione dat quotientem C, erit quotiens C ad vnitatem D, [g] vt quantitas diuiſa B ad diuiſorem A; ſed B oſtenſa eſt æqualis ipſi C; erit ideò C ad A, vt eadem C ad D: quapropter A, & D [h] interſe æquales erunt: at qui D per conſtructionem eſt vnitas, ſecundùm quam peracta eſt multiplicatio propoſita A in B; erit igitur A vnitas, ſecundùm quam extitit productum ex multiplicatione A in B. Quod erat oſtendendum.

d lem. 5. poſt 18. propoſ. 6. lib.

e lem. 6. poſt 18. propoſ. lib. 6.

f 7. 5.

g 3. defin. poſt 18. propoſ. 6. lib.

h 9. 5.

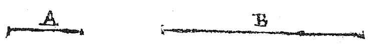
DEMONSTRATIO II.

Si duarum magnitudinum neutra ſumatur, vt Vnitas; productum ex illarum multiplicatione, alterutri magnitudini non eſt æquale: &, ſi productum ex multiplicatione duarum magnitudinum, alterutri non eſt æquale, neutra magnitudinum eſt Vnitas.

Sint

Sint propoſitæ magnitudines A, & B, quarum neutra repræſentet vnitatem. Dico, productum ex illarum multiplicatione, neque A, neque B, æquale eſſe.

Productum ex multiplicatione A in B ſit æquale (ſi fieri poteſt) magnitudini A,



vel B. Si æquale eſt A, ex antecedente demonſtratione B erit vnitas, quod eſt contra hypotheſim, ſi æquale eſt B, A erit vnitas, quod pariter eſt contra hypotheſim: Non igitur productum ex multiplicatione A in B æquale eſt magnitudini A, neque B, quod erat.

Rursùs poſito, quòd productum ex multiplicatione A in B, neque magnitudini A, neque magnitudini B, ſit æquale. Dico, neque magnitudinem A, neque magnitudinem B, repræſentare vnitatem.

Sit A, vel B (ſi fieri poteſt) Vnitas. Ex antecedente demonſtratione ſi A repræſentet vnitatem, productum ex multiplicatione A in B æquale erit magnitudini B, quod eſt contra hypotheſin. Si B ſit unitas, productum ex multiplicatione A in B æquale erit magnitudini A, quod etiam eſt contra hypotheſin. Neque igitur A, neque B, repræſentat unitatem, quod oportuit oſtendere.

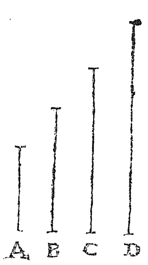
DEMONSTRATIO III.

Si quatuor quantitates proportionales fuerint, ipſarum verò prima unitatem repræſentet; productum ex multiplicatione ſecundæ, & tertiæ, æquale eſt quartæ: &, ſi productum ex multiplicatione ſecundæ, & tertiæ æquale eſt quartæ; prima repræſentat Vnitatem.

Habeat prima A ad ſecundam B eandem rationem, quam habet tertia C ad quartam D; & prima A repræſentet vnitatem. Dico, productum ex multiplicatione ſecundæ B in tertiam C, æquale eſſe quartæ D.

a lem. 3. poſt 18. propoſ. lib. 6.

Quoniam A ad B eſt, vt C ad D, productum ex multiplicatione extremarum A, & D [a] æquale eſt producto ex multiplicatione mediarum B & C; ſed productum ex multiplicatione vnitatis A in D per primam demonſtrationem æquale eſt quantitati D, productum igitur ex multiplicatione B in C æquale erit quantitati D, quod primò erit demonſtrandum.



Poſito nunc, quòd productum ex multiplicatione B in C æquale ſit D. Dico, A repræſentare vnitatem.

b 3. lem. poſt 18. propoſ. 6. lib.

Quia A ad B eſt, vt C ad D, productum ex multiplicatione A in D [b] æquale eſt producto ex multiplicatione B in C; ſed productum

ex multiplicatione B in C. Ex hypotheſi æquale eſt D; productum igitur ex multiplicatione A in D æquale eſt quantitati D, & per I. demonſtr. A repræſentat vnitatem. Quod erat oſtendendum.

DEMONSTRATIO IV.

Si quatuor quantitates proportionales fuerint, ipſarum verò prima non repræſentet vnitatem; productum ex multiplicatione ſecundæ, & tertiæ non eſt æquale quartæ: & ſi productum ex multiplicatione ſecundæ, & tertiæ non eſt æquale quartæ, prima non repræſentat vnitatem.

Habeat, in præced. fig., prima A ad ſecundam B eandem rationem, quam habet tertia C ad quartam D. Dico, ſi A non repræſentet vnitatem, productum ex multiplicatione B in C non eſſe æquale quantitati D.

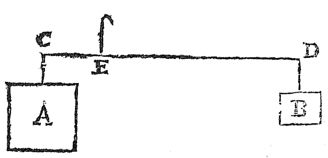
Si enim productum ex multiplicatione B in C æquale eſſet quantitati D, iam ex antecedente demonſtratione A repræſentaret vnitatem: quod eſt contra hypotheſim.

Poſito rursùs, quòd productum ex multiplicatione B in C non ſit æquale quantitati D. Dico, A non repræſentare vnitatem.

Quoniam, ſi A repræſentaret vnitatem, productum ex multiplicatione B in C ex antecedente demonſtratione æquale eſſet quantitati D, quod repugnat hypotheſi. Non ergo repræſentat vnitatem. Quod eſt propoſitum.

DEMONSTRATIO V.

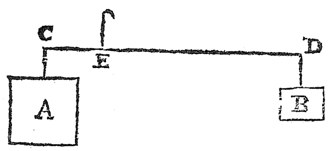
Si duo, eiuſdem ſpeciei, inæqualia Grauia, ex libra inæqualium brachiorum ſuſpenſa, ſint inæquilibrio, momentum vtriuslibet Grauis non eſt æquale producto ex multiplicatione ponderis totalis ipſius Grauis in ſuam diſtantiam.



Ex libra CD, cuius centrum E, pendeant inæqualia Grauia A, & B eiuſdem ſpeciei, quæ ſint in æquilibrio. Dico, neque momentum Grauis B eſſe æquale producto ex multiplicatione ponderis totalis Grauis B in diſtantiam ED, neque momentum Grauis A æquale eſſe producto ex multiplicatione ponderis totalis Grauis A in diſtantiam CE.

a 6. et 7. Propoſ. Archim. de æquepōd. b 2. et 3. Propoſit. Marini Gheral. in ſuo Archim. promot.

Quoniam Grauia A, & B ſunt in æquilibrio, erit C E ad E D, a vt Graue B ad Graue A, hoc eſt, vt pondus totale Grauis B b ad pondus totale Grauis A: ſi C E ſumatur, vt vnitas, ex tertia demonſtratione productum ex multiplicatione E D in pondus totale Grauis B æquale erit ponderi totali Grauis A; ſed ex 4. concluſ. ad exemplum quartum momentum Grauis B, ex D ſuſpenſi, minus eſt pondere totali Grauis A; momentum igitur Grauis B, ex D ſuſpenſi, minus erit producto ex multiplicatione ponderis totalis Grauis B in diſtantiam E D.



Iam non ſumatur C E, vt vnitas, ſed intelligatur diuiſa in quotuis æquales partes, in quas pariter E D ſit diuiſa: Productum ex multiplicatione numeri partium, quæ ſunt in C E, in pondus totale Grauis A, erit multiplex ponderis totalis ipſius Grauis A, ideoque maius erit pondere totali eiuſdem Grauis A.

c 3. Lem. poſt 18. Prop. li. 6

Demonſtretur, vt priùs, C E ad E D eſſe, vt pondus totale Grauis B ad pondus totale Grauis A; productum ex multiplicatione C E in pondus totale Grauis A c erit æquale producto ex multiplicatione E D in pondus totale Grauis B: ſed productum ex multiplicatione C E in pondus totale Grauis A, ex demonſtratis, maius eſt pondere totali Grauis A; productum igitur ex multiplicatione E D in pondus totale Grauis B maius erit pondere totali Grauis A: ex quarta autem concluſione ad Exemplum quartum momentum Grauis B minus eſt pondere totali Grauis A, momentum ergo Grauis B minus erit producto ex multiplicatione diſtantiæ E D in pondus totale Grauis B. Eodem modo demonſtrabitur, momentum Grauis A non eſſe æquale producto ex multiplicatione diſtantiæ C E in pondus totale Grauis A. Quod fuit propoſitum.

COROLLARIVM.

Quoniam oſtenſum eſt, momentum Grauis, ex libra in æquilibrio pendentis, æquale non eſſe producto ex multiplicatione ponderis totalis ipſius Grauis in ſuam diſtantiam, palàm eſt, quòd momentum Grauis, ex libra ſuſpenſi, non componitur ex multiplicatione ponderis in ſuam diſtantiam, ſed

Si duo inæqualia Grauia ſunt in æquilibrio, momentum minoris Grauis oritur ex pondere ſuo totali, & ex grauitate, quam ei addit diſtantia, quæ grauitas eſt medietas differentiæ inter totale pondus

maio-

maioris, ac totale pondus minoris Grauis: Item momentum maioris Grauis oritur ex pondere ſuo totali, & ex grauitate, quam ei detrahit diſtantia, quæ grauitas eſt medietas differentiæ inter totale pondus maioris, ac totale pondus minoris Grauis.

Si ex inæqualibus diſtantiis æqualia Grauia ſuſpendantur, momentum Grauis maioris oritur ex totali ſuo pondere, & ex pondere, quod ei detrahit reſiſtentia, quam aliud ex maiore diſtantia ſuſpenſum, facit, ſecundùm diſtantiarum differentias.

Si Graue pendet ex Vecte, cuius unum extremum ab aliquo fulcimento, alterum verò ab aliqua potentia ſuſtinetur, momentum oritur ex pondere ſuo totali, & ex pondere, quod ei detrahit reſiſtentia, quam fulcimentum facit.

Si Graue ſuper decliui quopiam plano collocetur, momentum oritur ex pondere ſuo totali, & ea ponderis parte, quam ei planum decliue detrahit.

Et ſi tandem Graue humido demergatur, momentum oritur ex pondere totali, quod extra humidum habebat, & ea ponderis parte, quam ei detrahit reſiſtentia facta à mole humidi, magnitudine ipſi æqualis.

Ex quibus omninò concludendum eſt, compoſitionem momenti Grauis, nunquam per multiplicationem, ſed interdum per additionem, interdum etiam per ſubtractionem haberi.

Nemo autem tam hoſpes eſſe poteſt in Mechanicis diſciplinis, vt contra omnes acerrimi iudicij Auctores velit, Grauis momentum à grauitate diuerſum eſſe, neque penſi habenda eſt exercitatio quædam Mechanica, nuper edita: infirmior enim per ſe ipſa eſt, quàm vt egeat impugnationis: ſuus illam Auctor, cùm paulò

exercitatior fiet, tanquam præcocem iuuentutis fructum, abdicabit. Multa quidem Iuuenes tentamus audacter, quæ ſenes deinde prudenter improbamus, & facta nollemus.

SVPPOSITIO I.

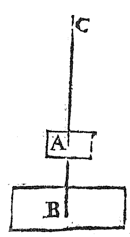
Pondus totale Grauis idem eſt, ac momentum totale eiuſdem Grauis, in recta ad Horizontem perpendiculari pendentis.

Quoniam pondus totale Grauis eſt ea propenſio, qua Graue illud, ſi liberum [a] relinqueretur in aere, motum ſuum deſcenſiuum inchoaret; Graue autem, liberum in Aere relictum, propenſionem ſuam, vel energiam, deſcenſiuam exercet in recta ad Horizontem perpendiculari: pondus idcircò totale Grauis erit propenſio illa, vel energia deſcenſiua, quam idem Graue habet pendens in recta ad Horizontem perpendiculari: Sed iuxta Galilæum in ſua Mech. pag. 27. Momentum totale Grauis eſt illud, quo grauitat, dum pendet in perpendiculari ad Horieontem; Momentum igitur totale Grauis idem eſt, ac pondus totale eiuſdem Grauis, vt fuit ſuppoſitum.

a 3. def. huius.

THEOR. I. PROP. I.

Grauia eiuſdem ſpeciei, ex eodem puncto ſuſpenſa, inter ſe ſunt, vt ipſorum momenta.



Ex eodem puncto C ſecundùm lineam directionis CB pendeant Grauia A, & B eiuſdem ſpeciei. Dico, Graue A ad Graue B eſſe, vt momentum Grauis A ad momentum Grauis B.

Quoniam Grauia A, & B pendent ex eodem puncto C in linea CB ad Horizontem perpendiculari, ex præcedenti ſuppoſitione Momentum Grauis A idem eſt, ac pondus totale eiuſdem Grauis A, & Momentum Grauis B idem eſt, ac pondus totale eiuſdem Grauis B; ſed Grauia eiuſdem ſpeciei ſunt, [a] vt eorum pondera totalia, erit igitur Graue A ad Graue B, vt momentum Grauis A ad momentum Grauis B. Quod erat demonſtrandum.

a 2. & 3. Prop. Archimed prom. Mari. Ghe.

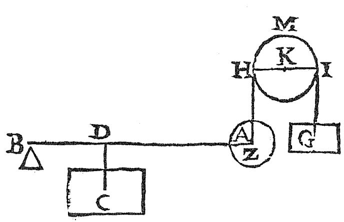
THEO-

THEOR. II. PROP. II.

Potentia, quæ Graue, ex Vecte ſuſpenſum, ſuſtinet, momento eiuſdem eſt æqualis; Hoc eſt,

Potentia, vnam Vectis, ex quo Graue pendet, extremitatem ſuſtinens, æqualis eſt momento, quod Graue ipſum exercet in illa, quam eadem Potentia ſuſtinet, extremitate.

Pendeat Graue C ex Vecte A B, cuius vna extremitas innitatur fulcimento B, altera verò extremitas ad funem A M G circa orbiculum H M I, cuius centrum K, ſit alligata. Ab extremitate G funis AMG pendeat Graue G, cuius totale pondus tantum ſit, quantum exactè ſufficiat ad ſuſtinendam extremitatem A Vectis A B, ex quo, ut in puncto D, Graue C pendet. Pondus totale Grauis G erit Potentia, ſuſtinens momentum, quod Graue C in extremitate A exercet.



Dico, Potentiam G æqualem eſſe momento, quod Graue C in extremitate A Vectis exercet.

Concipiatur Graue Z eiuſdem ſpeciei cum Graui G, eiuſque grauitatis centrum ſit in extremitate A Vectis, & funis A H; pondus verò totale ipſius Grauis Z ponatur æquale illi grauitatis parti, quam Graue C in A exercet, ideſt, æquale momento, quod Graue C exercet in A. In tali caſu, Potentia G, quæ ſuſtinet illam grauitatis partem, ideſt, momentum, quod Graue Z exercet in A, ſuſtinebit etiam ſolum Graue Z, in extremitate A ſuſpenſum: quamobrem Grauia Z, & G, ex libra H I pendentia, ſunt in æquilibrio, eritque H K ad KI, [a] vt Graue G ad Graue Z, hoc eſt, vt pondus totale Grauis G [b] ad pondus totale Grauis Z, ſed H K, ex natura orbiculi, æqualis eſt K I; erit igitur pondus totale Grauis G [c] æquale ponderi totali Grauis Z: quia verò pondus totale Grauis G poſitum eſt, vt Potentia, quæ ſuſtinet extremitatem A Vectis, nimirum momentum, quod Graue C exercet in A; erit Potentia, quæ ſuſtinet momentum Grauis C, ex D ſuſpenſi, ideſt momentum, quod Graue C exercet in A, æqualis ponderi totali Grauis Z: ſed ex constructione pondus totale Grauis Z æquale eſt momento, quod Graue C exercet in A, Potentia igitur, quæ ſuſtinet extremitatem A Vectis A B, ex quo Graue C pendet, æqualis eſt momento, quod idem Graue C exercet in A. Quod oſtendendum propoſui.

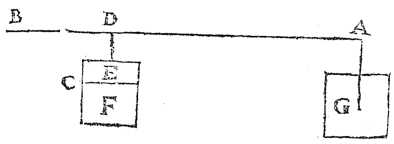
a 6. & 7. propoſ. Archim. in æquiponder.
b 2. & 3. propoſ. Marini Ghetal. in ſuo Archim. promot.
c 14. 5.

THEOR. III. PROP. III.

Si duo æqualia Grauia eiuſdem ſpeciei pendeant ex eodem Vecte, pondus totale, hoc eſt momentum totale, illius Grauis, quod pendet ex diſtantia maiori, ad momentum alterius Grauis, quod pendet ex minori diſtantia, eſt, vt diſtantia maior ad minorem.

Ex Vecte A B, cuius fulcimentum B, pendeant æqualia Grauia G, & C, eiuſdem ſpeciei. Dico, pondus totale Grauis G, ſuſpenſi ex maiori diſtantia A B, ad momentum Grauis C, ſuſpenſi ex diſtantia minori B D, eſſe, vt eſt diſtantia maior A B ad minorem diſtantiam B D.

Intelligatur Graue C pendens ex Vecte AB, quod remoto Graui G à duabus potentijs tantæ magnitudinis, quanta exactè ſufficiat ad ſuſtinendum Graue C, applicatis in A, & B, ſuſtineatur: ſi concipiamus potentiam in B, vt fulcimentum, ex 2. Propoſit. huius potẽtia in A ęqualis eſt momento Grauis C, ex puncto D ſuſpenſi. Iam diuidatur Graue C

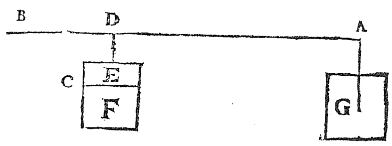


in duo Grauia, vt E, & F ita, vt Graue F ad Graue E ſit, quemadmodum A D ad D B. Quoniam Graue F ad Graue E [a] eſt, vt pondus totale Grauis F ad pondus totale Grauis E, erit A D ad D B, [b] vt pondus totale Grauis F ad pondus totale Grauis E; & componendo, pondus totale Grauis C ad pondus totale Grauis E [c] erit, vt A B ad B D. Præterea, quia pondus Grauis C ſuſtinetur à Potentijs applicatis in A, & B, erit potentia in B ad potentiam in A, [d] vt A D ad D B; & componendo, duæ Potentiæ in A, & B, ſimul ſumptæ, ad Potentiam in A, erunt, [e] vt A B ad B D; ſed duæ Potentiæ in A, & B, ſimul ſumptæ, ſunt [f] æquales ponderi totali Grauis C, ergo pondus totale Grauis C ad Potentiam in A eſt, vt A B ad B D, hoc eſt, vt [g] pondus totale eiuſdem Grauis C ad pondus totale Grauis E; quapropter pondus totale Grauis E æquale eſt [h] Potentiæ in A: ſed Potentia in A oſtenſa eſt æqualis momento peculiari Grauis C, ex puncto D ſuſpenſi, quando Potentia in B pro fulcimento eſt; erit igitur pondus totale Grauis E æquale momento peculiari, quod habet Graue C, pendens ex D, reſpectu potentiæ in A, ſcilicet æquale preſſioni, quam Graue C, exerçet in A. Appendatur in puncto A Graue G eiuſdem ſpeciei, & æquale Graui C: Pondus totale Grauis G [K] erit æquale ponderi totali Grauis C. Quoniam pondus totale Grauis C ad pondus totale

a 2. & 3. propoſit. Marini Ghetal. in Archim. promot.
b 11. 5.
c 18. 5.
d 3. Coroll. ad 2. propoſ. Guidubal. de Monte in tr. de Vecte.
e 18. 5.
f 4. Coroll. ad 2. prop. Guidubal. de Monte in tr. de Vecte.
g 11. 5.
h 9. 5.
K 2. & 3. propoſit. Marini Gheta. in ſuo Archim. promot.

Gra-

Grauis E, ex demonſtratis eſt, vt A B ad B D, & pondus totale Grauis E oſtenſũ eſt æquale momento peculiari Grauis C, manente potentia in B pro fulcimento; erit pondus totale Grauis C, ideſt Grauis G, ad momentum peculiare eiuſdem Grauis C, ex puncto D ſuſpenſi, vt



A B ad B D. Quamobrem, cum ex Vecte pendent duo Grauia æqualia, & eiuſdem ſpeciei, pondus totale illius, quod pendet ex diſtantia maiore, ad momentum peculiare alterius, quod pendet ex diſtantia minore, eſt, vt diſtantia maior ad minorem, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Ex demonſtratis manifeſtum eſt, quòd, cùm in Vecte duo æqualia eiuſdem ſpeciei Grauia ex inæqualibus diſtantijs ſuſpenduntur, Grauitas eius, quod ex diſtantia maiore pendet, ſemper repræſentat pondus totale vtriuslibet ipſorum æqualium Grauium; grauitas verò illius, quod ex minore diſtantia pendet, repræſentat illam energiam, quam in defin. 4. momentum peculiare appellauimus.

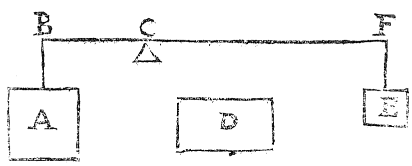
PROBL. I. PROPOS. IV.

Dato pondere totali Grauis, dataque diſtantia, ex qua pendeat, inuenire, tum alteram diſtantiam, tum pondus totale alterius Grauis, quod ex inuenta diſtantia propoſitum Graue æquilibrans, datum momentum exerceat.

Oportet autem, [a] vt duplum dati momenti maius ſit pondere totali dati Grauis, cùm aggregatum ponderis totalis Grauis inueniendi cum pondere totali Grauis dati æquale duplo dati momenti eſſe debeat.

[a] 1. & 2. Coroll. poſt 4. exemplum huius.

Ex quauis propoſita diſtantia B C, cuius fulcimentum C, pendeat datum Graue A, cuius totale pondus notum ſit; deinde momentum datum tantæ ſit magnitudinis, quantum eſt pondus totale Grauis D: oporteat inuenire diſtantiam, nec non pondus totale alterius Grauis, quod ex inuenta diſtantia ſuſpenſum, æquilibret Graue A, eiuſque momentum ponderi totali Grauis D ſit æquale.



De duplo dati momenti, hoc eſt, de duplo ponderis totalis Grauis D, detrahatur pondus totale Grauis A, & reliquum ſit pondus totale alterius Grauis eiuſdem ſpeciei, vt E. Deinde, vt pondus totale Grauis E ad pondus totale Grauis A, ita fiat diſtantia B C ad aliam, quæ ſit C F. Appendatur in F Graue E, quod [a] in æquilibrio erit cum dato Graui A. Dico, momentum inuenti Grauis E ex inuenta diſtantia C F ſuſpenſi, æquale eſſe ponderi totali Grauis D.

[a] Conuer. ad 6. & 7. prop. Archim. de ęqueponder.

Quia, detracto pondere totali Grauis A de duplo ponderis totalis Grauis D, remanet pondus totale Grauis E, Aggregatum idcircò ex ponderibus totalibus Grauium A, & E æquale erit duplo ponderi totali Grauis D. Præterea, quia Grauia A, E ſunt in æquilibrio, momentum ideò Grauis E erit æquale momento Grauis A, & duplum momentum Grauis E æquale aggregato ex momentis Grauium A, & E; ſed aggregatum ex momentis Grauium A, & E æquale eſt aggregato ex ponderibus totalibus eorundem Grauium A & E; duplum igitur momentum Grauis E æquale erit aggregato ex ponderibus totalibus eorundẽ Grauium A, & E: Aggregatum autem ex ponderibus totalibus Grauium A, & E oſtenſum eſt æquale duplo ponderi totali Grauis D, erit igitur duplum momentum Grauis E ęquale duplo ponderi totali Grauis D, & dimidium, ideſt, momentum Grauis E, æquale dimidio, ideſt, ponderi totali Grauis D. Quod erat faciendum, & demonſtrandum.

COROLLARIVM. I.

Ex dictis conſtat, momentum Grauis, ex alicuius Vectis extremitate ſuſpenſi, nec ab altero Graui, Potentiaue librati, ponderi totali eiuſdem Grauis eſſe æquale.

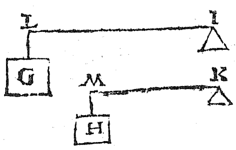
Ab extremitate B Vectis BC, cuius fulcimentum C, pendeat Graue A, quod ab altero Graui, vel Potentia non libretur, aut ſuſtineatur; diſtantia verò B C tanta ſit, vt momentum Grauis A ex B ſuſpenſi, maius ſit medietate ponderis totalis ipſius Grauis A.

Si momentum Grauis A non eſt æquale ponderi totali ipſius Grauis A, vel maius erit, vel minus. Vt vt eſt, intelligatur Graue D, cuius totale pondus ſit æquale momento, quod Graue A, ex diſtantia B C ſuſpenſum, habet, quando ab altero Graui non libratur, nec ab vlla Potentia ſuſtinetur. Per præcedentem Propoſitionem reperiatur, tum alterum Graue, vt E, tum diſtantia C F, ita, vt Graue E, ex F ſuſpenſum, in æquilibrio ſit cum Graui A, eiuſque momentum æquale ſit ponderi totali Grauis D: Momentum Grauis E erit æquale momento, quod Graue A, ex diſtantia B C ſuſpenſum, habet, cùm ab altero Graui, aut Potentia non libratur: ſed momentum Grauis E, ex F ſuſpenſi, æquale eſt momento Grauis A, ex B ſuſpenſi, cùm Graue A à Graui E æquilibratur, momentum igitur quod habet Graue A, ex diſtantia BC ſuſpenſum, cùm à nullo Graui, Potentiaue libratur, æquale erit momento eiuſdem Grauis A, ex B ſuſpenſi, cum à Graui E æquilibratur, quod omnibus mechanicis rationibus repugnat. Non ergo momentum Grauis A, ex diſtantia B C ſuſpenſi, cùm à nullo Graui, vel Potentia libratur, maius eſt, aut minus, ſed æquale ponderi totali eiuſdem Grauis A, quod demonſtrare oportebat.

COROLLARIVM II.

Hinc eſt, quòd momenta Grauium eiuſdem ſpeciei, à Vectium ſeiunctorum extremitatibus pendentium, cùm à nullis Grauibus, vel potentiis librantur, aut ſuſtinentur, ſunt inter ſe, vt eorum pondera totalia.

Ex Vectibus ſeiunctis LI, MK, quorum fulcimenta I, & K, pendeant Grauia G, H eiuſdem ſpeciei, quæ à nullis alijs Grauibus, vel potentijs librentur, aut ſuſtineantur. Quoniam Grauia G, H, ex diſtantijs L I, M K ſuſpenſa, non librantur ab alijs Grauibus, aut Potentijs, per antecedens Corollarium momentum Grauis G, ex L ſuſpenſi, æquale eſt ponderi totali ipſius Grauis G, & momentum Grauis H, ex M ſuſpenſi,



æquale eſt ponderi totali eiuſdem Grauis H: Quamobrem momentum Grauis G, ex L ſuſpenſi, ad momentum Grauis H, ex M ſuſpenſi, eſt, vt pondus totale Grauis G ad pōdus totale Grauis H, vt diximus.

COROLLARIVM III.

Liquet ex dictis, quòd, cùm grauia ab extremitatibus Vectium ſeiunctorum pendent, nec ab aliis Grauibus, vel Potentijs librantur, aut ſuſtinentur, ſi pon-

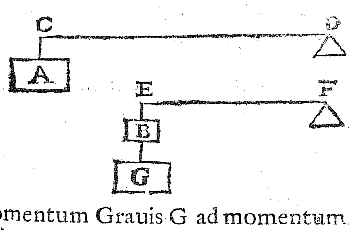
dera totalia non ſint, vt diſtantiæ, neque momenta ipſorum Grauium ſunt, vt diſtantiæ.

Cùm oſtenſum ſit, momentum Grauis G, ex diſtantia L I pendentis, ad momentum Grauis H, pendentis ex diſtantia M K, eſſe, vt pondus totale Grauis G ad pondus totale Grauis H, ideò, ſi pondus totale Grauis G ad pondus totale Grauis H, non eſt, vt diſtantia L I ad diſtantiam M K, neque momentum Grauis G ad momentum Grauis H, erit, vt diſtantia L I ad diſtantiam M K, vt dictum fuit.

COROLLARIVM IV.

Ex dictis arguitur, rationem momentorum duorum Grauium, á duorum Vectium ſeiunctorum extremitatibus pendentium, quæ ab aliis Grauibus, Potentiiſue, non librentur, aut ſuſtineantur, non componi ex rationibus ponderis ad pondus, & diſtantiæ ad diſtantiam.

Pendeant ab extremitatibus C, E ſeiunctorum Vectium C D, E F, quorum fulcimenta D, F, Grauia A, B, quæ non ſint ab alijs Grauibus æquilibrata, vel à Potentijs in D & F ſuſtentata, & ſi fieri poteſt compoſita ſit ratio momenti Grauis A ad momentum Grauis B ex rationibus ponderis Grauis A ad pondus Grauis B, & diſtantiæ C D ad E F diſtantiam. Intelligatur Graue G eiuſdem ſpeciei, & æquale Graui A, quod pendeat ex puncto E: ratio momenti Grauis A, ex C pendentis, ad momentum Grauis B, pendentis ex E, [a] compoſita eſt ex ratione momenti Grauis A ſuſpenſi ex C ad momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, & ex ratione momenti Grauis G, ex E pendentis, ad momentum Grauis B, pendentis ex eodem punto E; ſed momentum Grauis G ad momentum Grauis B per primam propoſitionem eſt, vt Graue G, vel A, ad Graue B, hoc eſt, vt pondus totale Grauis A [b] ad pondus totale Grauis B, ratio igitur momenti Grauis A, ex C pendentis, ad momentum Grauis B, pendentis ex E, compoſita erit ex rationibus ponderis Grauis A ad pondus Grauis B, & momenti Grauis A, pendentis ex C, ad momentum Grauis G, ſuſpenſi ex E, & quoniam ratio momenti Grauis A, ex C ſuſpenſi, ad momentum Grauis B, ſuſpenſi ex E, iuxta noſtram ſuppoſitionem compoſita eſt ex rationibus ponderis Grauis A ad pondus Grauis B, & diſtantiæ C D ad diſtantiam E F, momentum ergo Grauis A pendentis ex C ad momentum Grauis G, ex E ſuſpenſi, [c] erit, vt eſt diſtantia C D ad diſtantiam E F, quod eſt contra id, quod probauimus in præcedenti Corollario, non igitur ratio momenti Grauis A, ſuſpenſi ex C, ad momentum Grauis B,



a Lem. 7. poſt 18. Propoſit. lib. 6.

b 2. & 3. propoſit. Marini Ghetal. in ſuo Archim. promot.

c 11. 5.

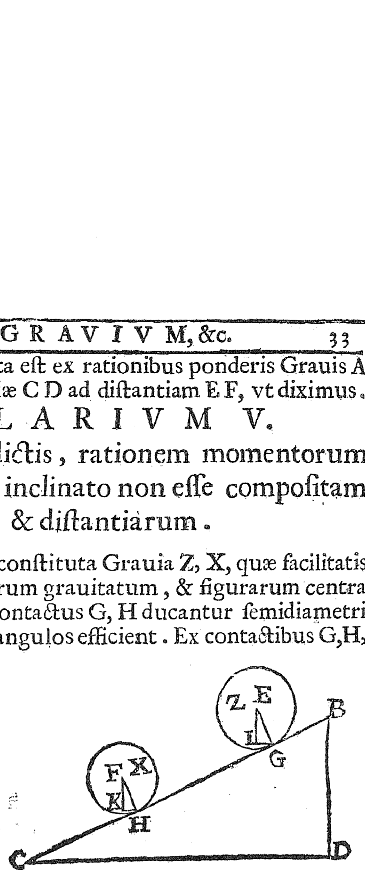
uis B,

uis B, ex E pendentis, compoſita eſt ex rationibus ponderis Grauis A ad pondus Grauis B, & diſtantiæ C D ad diſtantiam E F, vt diximus.

COROLLARIVM V.

Apparet etiam ex dictis, rationem momentorum Grauium in eodem plano inclinato non eſſe compoſitam ex rationibus ponderum, & diſtantiarum.

Super decliui plano B C ſint conſtituta Grauia Z, X, quæ facilitatis ergô ſphærica ſupponimus, eorum grauitatum, & figurarum centra ſint puncta E, F, ex quibus ad contactus G, H ducantur ſemidiametri E G, F H, quæ rectos cum C B angulos efficient. Ex contactibus G,H, ducantur horizontales G I, H K, & ex centris Grauitatum E, F cadant lineæ propenſionum E I, F K, quæ rectos angulos efficient cum horizontalibus G I, H K. Iam Horizontales I G, H K repræſentant duos Vectes, quorum fulcimenta ſunt in punctis G, & H:



Grauia Z, X pendent ab extremitatibus I, & K Vectium IG, KH, nec ab alijs Grauibus, aut potentijs ea librantur, vel ſuſtinentur; ideòque per anteced. Coroll. ratio momenti Grauis Z ad momentum Grauis X non eſt compoſita ex rationibus ponderis totalis Grauis Z ad pondus totale Grauis X, & diſtantiæ I G ad diſtantiam K H, vt dictum fuit.

COROLLARIVM VI.

Palàm eſt ex demonſtratis, momenta Grauium Z, X in plano BC non eſſe in quadruplicata ratione, ſed (vt ex mea Diſſertatione apparet) in triplicata ratione ſuarum ſemidiametrorum.

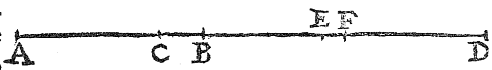
SCHOLION.

Maioris tum breuitatis, tum facilitatis gratia ad intellectum quintæ propoſitionis, hæc præmiſſa apponuntur.

PRÆMISSVM I.

Si duarum æqualium magnitudinum vtraque de eadem quantitate detrahatur, exceſſuum verò medietates correſpondentibus magnitudinibus detractis addantur: aggregata non erunt, vt correſpondentes ex magnitudines detractæ; ſed maior ad minorem maiorem habebit rationem, quàm aggregatum ad aggregatum.

Sint inæquales magnitudines A B maior, & A C minor, & illarum vtraque detrahatur de eadem quantitate A D, exceſſuſque ſint C D, B D. Diuidantur deinde exceſſus biſariam, hoc eſt, C D in E, & B D in F, erit A F cō-poſita ex maiore A B, & ex B F,



quæ eſt medietas ſui exceſſus; item A E compoſita erit ex minore A C, & ex C E, quæ eſt medietas ſui exceſſus. Dico, A B ad A C maiorem habere rationem ea, quam habet F A, ad A E.

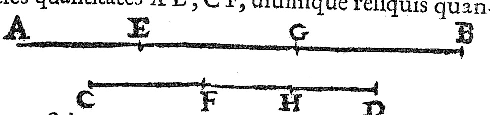
a 11. prop: lib.7. Papp. Alexan.
b 27. 5.
c 28. 5.
d 30. 5.
e 27: 5:

Quoniam A B maior eſt, quàm A C, erit B D minor, quàm C D, & medietas ipſius B D, quæ eſt B F, minor erit medietate ipſius C D, quæ eſt C E. Iam verò, cùm A B maior ſit, quàm A C, & B F minor, quàm C E, habebit A B ad A C [a] maiorem rationem, quàm BF ad CE; & permutando, A B ad BF [b] maiorem rationem habebit, quàm A C ad C E; & componendo, A F ad F B habebit [c] maiorem rationem, quàm A E ad E C; & per conuerſionem rationis, F A ad A B [d] minorem habebit rationem, quàm E A ad A C; & permutando F A [e] ad AE habebit minorem rationem, quàm B A ad A C, hoc eſt, B A ad A C maiorem habebit rationem ea, quam habet F A ad A E. Quod demonſtratum oportuit.

PRÆMISSVM II.

Si à duabus inæqualibus magnitudinibus eadem quantitas auferatur, & rursùs ab iiſdem medietates differentiarum, vtraque ab vtraque, detrahantur: reliqua non erunt, vt propoſitæ magnitudines; ſed maior dictarum magnitudinum ad minorem habebit maiorem rationem, quàm exceſſus in maiore ad exceſſum in minore.

Sint inæquales magnitudines A B maior, & C D minor, de quibus detrahantur æquales quantitates A E, C F, diuiſiſque reliquis quantitatibus EB,FD biſariam in G, & H, ac detra-ctis medietatibus GB,HD de propoſitis magnitudinibus A B, C D, exceſſus ſint A G, C H. Dico, A B ad C D maiorem habere rationem ea, quam habet exceſſus A G ad exceſſum C H.

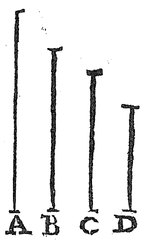


a 10. Prop. lib.7. Papp. Alexandrini.
b 33. 5.
c 13. 5.

Quoniam A B maior eſt, quàm C D, & A E æqualis eſt C F, habebit A B ad C D [a] maiorem rationem, quàm A E ad C F, ideòque reliqua E B ad reliquam F D [b] maiorem rationem habebit, quàm tota A B ad totam C D; E B autem ad F D eſt, vt dimidia G B ad dimidiam H D; habebit igitur G B ad H D [c] maiorem rationem, quàm tota AB, ad totam C D, hoc eſt, tota A B ad totam C D habebit minorem rationem, quàm ablata G B ad ablatam H D; quamobrem reliqua A G

ad reliquam CH [d] minorem rationem habet, quàm tota A B ad totam C D: Vnde A B ad C D habet maiorem rationem, quàm A G ad C H. Quod fuit oſtendendum. d 33. 5.

PRÆMISSVM III.



Si fuerint quatuor magnitudines proportionales ex vna parte, totidemque alteræ ex altera; prima verò priorum primæ poſteriorum, & tertia tertiæ æqualis fuerit: ſecunda ad ſecundam eandem habebit rationem, quàm quarta ad quartam.



Habeat in priore ordine magnitudinum A ad B eandem rationem, quam C ad D; & in poſteriore E ad F eandem rationem habeat, quam G ad H; ſit verò prima A æqualis primæ E, & tertia C æqualis tertiæ G. Dico B ad F eſſe, vt D ad H.

Cùm enim A ad B ſit, vt C ad D, permutando A ad C [a] erit, vt B ad D. Similiter, cùm E ad F ſit, vt G ad H, permutando E ad G erit, vt F ad H. Præterea, quia A æqualis eſt E, & C æqualis G, erit idcircò A ad C, vt E ad G; ex demonſtratis A ad C eſt, vt B ad D; erit B [b] ad D, vt E ad G; ſed E ad G ex dictis eſt, vt F ad H, erit igitur B ad D, vt F ad H, & permutando B ad F, [c] vt D ad H. Quod eſt propoſitum.

a 16. 5.

b 11. 5.

c 16. 5.

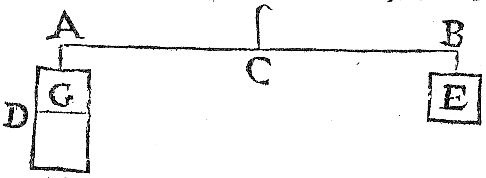
PRÆMISSVM IV.

Momenta Grauium inæqualium, eiuſdem tamen ſpeciei, ex æqualium brachiorum libra pendentium, ſunt, vt pondera totalia eorundem Grauium.

Ex libra A B, cuius æqualia brachia A C, C B, pendeant inæqualia eiuſdem ſpeciei Grauia D, & E, quorum D ſit maius. Dico, momentum Grauis D ad momentum Grauis E eſſe, vt pondus totale Grauis D ad pondus totale Grauis E.

Ex maiore Gravi D abſcindatur pars G, Graui E æqualis. Quoniam diſtantiæ AC, C B ſunt inter ſe æquales, Grauia G, & E [a] habebunt æqualia momenta. Præterea, quia Grauia D, & G ex ſolo puncto A pendent, momentũ Grauis D ad momentum Grauis G per I. propoſitionem eſt, vt Graue D ad Graue G, hoc eſt, ad Graue E; ſed momentum Grauis G oſtenſum eſt æquale momen-

a 1. per. Archim. de æque ponder.

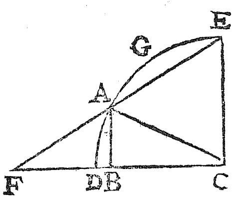


to Grauis E, erit igitur momentum Grauis D, ad momentum Grauis
b 2.&3.propoſ. Marini Ghetal. in Archim. promot. E, vt Graue D ad Graue E, hoc eſt, vt [b] pondus totale Grauis D ad
pondus totale Grauis E. Quod eſt propoſitum.

PRÆMISSVM V.

In triangulis rectangulis, angulus rectus ad alterutrum acutorum maiorem habet rationem, quàm hypothenuſa ad latus, acutum illum angulum ſubtendens.

In triangulo A B C, angulus B ſit rectus. Dico, angulum rectum
ABC ad angulum acutum ACB habere maiorem rationem ea, quam
habet hypothenuſa C A ad latus AB.



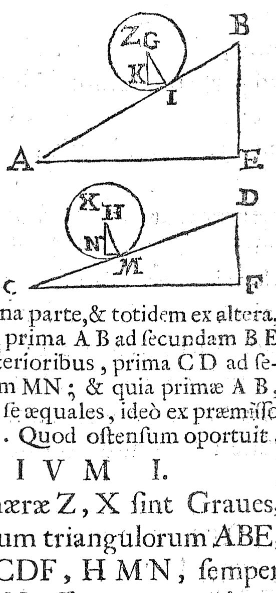
à 11. 1. In puncto C ſuper rectam CB [a] eleue-
tur perpendicularis CE; tum centro in C,
interuallòque C A deſcribatur quadrans
D A E; ductaque recta E A protendatur
verſus F, donec in rectam C D productam
in F incidat. Quoniam ſector CAGE maior
eſt triangulo rectilineo C A E, ſi triangu-
lum C A F ſumatur, vti tertia quantitas,
b 8. 5. triangulum CAF ad ſectorem CAGE [b] minorem rationem habebit,
quàm idem triangulum C A F ad triangulum C A E. Præterea, quia
c 8. 5. triangulum CAF maius eſt ſectore CDA, ſi ſector CAGE ſumatur,
vti tertia quantitas, ſector CDA ad ſectorem CAGE [c] habebit mino-
rem rationem ea, quam habet triangulum CAF ad eundem ſectorem
CAGE: ſed ex demonſtratis triangulum CAF ad ſectorem C A G E
d Scolion ad 13. propoſ. lib. 5. habet minorem rationem, quàm idem triangulum CAF ad triangu-
lum CAE, habebit ſector CDA ad ſectorem CAGE [d] multo mino-
rem rationem ea, quam habet triangulum CAF ad triangulum CAE;
e 1. 6. triangulum verò CAF ad triangulum CAE eſt, vt baſis FA [e] ad ba-
ſin AE, cùm eiuſdem ſint altitudinis, habebit ſector CDA ad ſectorem
f 13. 5. CAGE [f] minorem rationem ea, quam habet FA ad AE; & inuertendo,
g 26. 5. ſector C A G E ad ſectorem CD A [g] habebit maiorem rationem,
h 33. 6. quàm E A ad A F; & quia ſector C A G E ad ſectorem C D A [h] eſt, vt
K 13. 5. arcus EA ad arcũ AD, habebit idcircò arcus EA ad arcum AD [K] ma-
l 28. 5. iorem rationem, quàm recta E A ad rectam A F; & componendo ar-
cus EAD ad arcum D A [l] habebit maiorem rationem, quàm E F ad
FA; ſed EF ad FA eſt, vt EC ad AB (cùm rectæ AB, EC ſint inter ſe
m 13. 5. 5. parallelæ), habebit arcus EAD ad arcum DA [m] maiorem rationem,
quàm recta EC ad rectam AB: Arcus autem EAD ad arcum DA eſt,
n 33. 6. vt [n] angulus ECD ad angulum ACD, habebit igitur angulus rectus
ECD, vel ABC ad angulum ACB maiorem rationem ea, quam ha-
bet radius E C, hoc eſt, hypothenuſa A C ad latus A B; quod erat
demonſtrandum.

Digitized by Google

PRÆMISSVM VI.

Si æquales duæ ſpheræ ſuper planis inæqualiter quidem inclinatis, ſed æquales longitudines habentibus, collocentur, ex contactibus verò ducantur duæ horizontales, rectis, quæ è ſphærarum centris perpendiculares ad horizontem cadunt, terminatæ: illæ diſtantiæ inter ſe ſunt, vt ea, quæ ex verticibus planorum decliuium cadunt, perpendicula.

Sint plana æqualium longitudinum AB, CD, inæqualiter ad horizontales AE, CF inclinata, quorum perpendicula ſint BE, DF; ſuper ipſis verò planis AB, CD conſtituantur æquales duæ ſphæræ Z, X, quarum centra G, & H, atque ex contactibus I, M ducantur horizontales IK, MN, terminatæ, vt in K, & H, rectis GK, HN, ad eaſdem horizontales perpendicularibus. Dico, diſtantiam IK, ad diſtantiam MN eſſe, vt perpendiculum BE ad perpendiculum DF.



Quoniam anguli EBA, EAB, ſimul ſumpti, vni recto, nimirum angulo recto GIA, ſunt æquales, detractis æqualibus alternis EAB, AIK, [a] remanet angulus GIK æqualis angulo ABE; quapropter triangula BAE, GKI [b] ſunt æquiangula, eritque AB ad BE, [c] vt GI ad IK. Eadem ratione erit CD ad DF, vt HM ad MN. Conſiderentur octo quantitates, quatuor nimirum ex vna parte, & totidem ex altera, ſibi proportionales; ſcilicet in prioribus, prima AB ad ſecundam BE eſt, vt tertia GI ad quartam IK: In poſterioribus, prima CD ad ſecundam DF eſt, vt tertia HM ad quartam MN; & quia primæ AB, CD, nec non tertiæ GI, HM ſunt inter ſe æquales, ideò ex præmiſſo præcedenti BE ad DF erit, vt KI ad NM. Quod oſtenſum oportuit.

a 15. 1.
b 32. 1.
c 4. 6.

COROLLARIVM I.

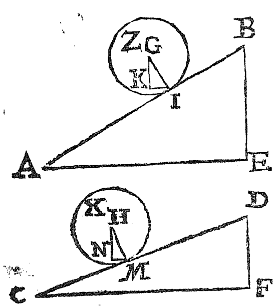
Hinc manifeſtum eſt, ſiue ſphæræ Z, X ſint Graues, ſiue non ſint, ob ſimilitudinem tum triangulorum ABE, GIK, tùm etiam triangulorum CDF, HMN, ſemper diſtantiam KI, ad diſtantiam MN eſſe, vt perpendiculum BE ad perpendiculum DF.

COROLLARIVM. II.

Ex dictis liquet, etſi momenta æqualium Grauium

ſphe-

ſphæricorum Z, X ſuper planis A B, C D inæqualiter inclinatis, ſint, vt diſtantiæ K I, N M, hoc nihilominus non oriri ex natura Vectium KI, NM, qui cùm habeant fulcimenta in I & M, & Grauia ex punctis K, N ſuſpenſa, à nullis potentiis ſuſtineantur, ex 3. coroll. ad quartam propoſ. ipſorum momenta non ſunt, vt diſtantiæ K I, N M; ſed oriri ex perpetua ſimilitudine, tum triangulorum GIK, BAE, tum etiam triangulorum HNM, CDF, quæ ſimilitudo iuxta expoſitam constructionem ſemper facit, vt K I ad NM in æqualibus ſphæris, ſiue Grauibus, ſiue non, ſit, vt perpendiculum BE ad perpendiculum DF; & quia ex demonſtratis in 1. Corollario ad 7. propoſ. huius tract. momentum Grauis Z ad momentum Grauis X eſt, vt perpendiculum BE ad perpendiculum DF, perpendiculum autem BE ad perpendiculum DF ex antecedenti præmiſſo eſt, vt IK ad NM, momentum idcircò Grauis Z ad momentum Grauis X eſt, vt K I ad NM: quod ſanè non eſt à Vectium K I, N M natura, cuius reſpectu (vt diximus) momentum Grauis Z ad momentum Grauis X eſſet; vt pondus totale ad pondus totale.



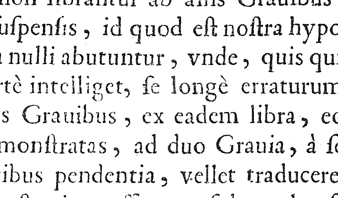
ANNOTATIO.

Quamquam non obſcuri nominis Auctores doctiſſimè demonſtrauerint, rationem momentorum Grauium, eadem ex libra eodemue ex Vecte pendentium, compoſitam eſſe ex rationibus ponderis ad pondus, & diſtantiæ ad diſtantiam, id tamen veritati non congruit, quando Grauia, non ex eadem libra, vel eodem ex Vecte, ſed ab extremitatibus Vectium ſeiunctorum, pendent: etenim in eadem libra Grauia inter ſe librantur, & in eodem Vecte

eaſdem

eaſdem libræ rationes retinent; at in ſeiunctis Vectibus, quando ſcilicet à ſeiunctorum Vectium extremitatibus pendent Grauia, & à nullis potentiis ſuſtinentur momenta Grauium idem ſunt, ac eorum totalia pondera.

Quod ſi autem quiſquam, producendo vectes AB, HG in S, & Q, atque per immaginariam aliquam conſtructionem appendendo alia Grauia in continuationibus GQ, AS, velit ſecundùm huiuſmodi conſtructionem oſtendere rationem momenti Grauis E ad momentum Grauis I eſſe compoſitam ex rationibus ponderis Grauis E ad pondus Grauis I, & diſtantiæ AB ad diſtantiam GH, ſciat ille quidem, quando huiuſmodi conſtructio valeret fortè etiã ad demonſtrandum propoſitum, non idcircò tamen eidem ſe planè ſatisfeciſſe propoſitio: Tali enim demonſtrationi tum ſolùm locus eſſet, cùm Grauia E, & I, librarentur ab aliis Grauibus è continuationibus AS, GQ, ſuſpenſis; ſecus autem, cùm Grauia E, & I non librantur ab aliis Grauibus è continuationibus AS, GQ ſuſpenſis, id quod eſt noſtra hypotheſis, quodque perperam non nulli abutuntur, vnde, quis quis hoc particulare perpendet, certè intelliget, ſe longè erraturum, ſi eaſdem paſſiones, in duobus Grauibus, ex eadem libra, eodemue Vecte pendentibus, demonſtratas, ad duo Grauia, à ſeiunctorum Vectium extremitatibus pendentia, vellet traducere, vt verò nihil abſque certa demonſtratione afferam, ſub oculos ſequens Theorema ſubiicio.



THEOREMA V. PROPOSITIO V.

Cùm in duabus diuerſis libris, ex æqualibus diſtantijs, appenduntur, duo eiuſdem ſpeciei Grauia, à duobus alteris æqualibus eiuſdem ſpeciei Grauibus, ex inæqualibus diſtantijs pendentibus, æquilibrata;

Momenta Grauium, ex æqualibus diſtantijs appenſorum, non ſunt eadem cum illis, quæ haberent, ſi ex eadem penderent libra æqualium brachiorum:

Momenta Grauium æqualium, ex inæqualibus diſtantijs appenſorum, non ſunt eadem cum illis, quæ haberent, ſi ex eadem penderent libra, cuius brachia æqualia eſſent inæqualibus illis diſtantijs, vndè ipſa æqualia Grauia ſuſpenduntur.

In libris LQ, MR ex inæqualibus diſtantijs LI, MK, quarum LI ſit maior, idem Graue G appendatur, poſitiſque æqualibus inter ſe diſtantijs IQ, RK, fiat, vt QI ad IL, ita Graue G ad Graue S, ex puncto Q ſuſpenſum, atque vt RK ad KM, ita Graue G ad Graue T, pendens ex puncto R: in libra LQ Grauia G, S, [a] & in libra MR Grauia G, T, in æquilibrio erunt.

a 6. 7. prop. Arim. de æqueponder.

Exponatur libra AB, cuius brachia CB, CA diſtantijs æqualibus IQ, KR æqualia ſint, & ab extremitatibus A, B, pendeant eadem Grauia T, S, ex libris LQ, MR ſuſpenſa. Poſito primo loco, quòd diſtantia QI maior ſit LI, & RK maior MK. Dico, momenta Grauium S, T, ex punctis Q, R appenſorum, non eſſe eadem, ac illa, quæ haberent eadem Grauia S, T, cùm ex eadem libra AB ſuſpenderentur; & momenta, quæ habet Graue G, ex punctis L, M appenſum, non eſſe eadem cum illis, quæ in tertia figura haberet, cum ex ambabus ſuſpenderetur extremitatibus libræ AB, cuius brachium AC æquale ſit LI, & brachium CB æquale MK.

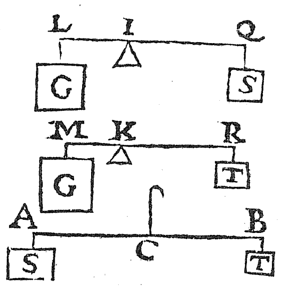
b 10. prop. lib. 7. Pappi Alexandrini.

Quoniam diſtantia LI per hypotheſin maior eſt diſtantia MK, diſtantia verò IQ diſtantiæ KR æqualis, habebit RK ad [b] KM maiorem rationem ea, quam habet QI, ad IL; ſed per conſtructionem RK ad KM eſt, vt Graue G ad Graue T, atque QI ad IL eſt, vt Graue G ad Graue S; habebit Graue G ad Graue T [b] maiorem rationem ea, quam habet idem Graue G ad Graue S; quapropter [c] Graue S Graui T maius erit: & pondus totale Grauis S, [d] maius pondere totali Grauis T. In libra AB æqualium brachiorum momenta Grauium S, T, ex punctis A, B ſuſpenſorum, ſunt, [e] vt eorum pondera totalia; cùm itaque pondus totale Grauis S, ex demonſtratis, maius ſit pondere totali Grauis T, erit momentum Grauis S, ex puncto A pendentis, momento Grauis T, ex puncto B ſuſpenſi, maius. hoc poſito.

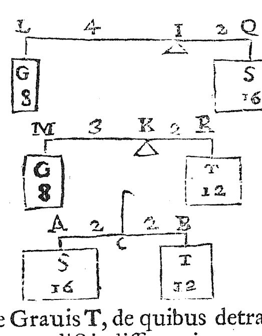
c 10. 5.
d 2. e 3. propoſ. Marin. Ghetal. in Archi. prom.
e præmiſs. 4.

Ponatur primò diſtantia QI maior eſſe, quàm IL erit RK maior, quàm KM, & ex conclus. 1. ad exemplum quartum, momentum Grauis S tantò maius eſt pondere totali ipſius Grauis S, quanta eſt medietas differentię inter pondus totale Grauis S, ac pondus totale Grauis G; quapropter, ſi ponderi totali Grauis S addatur medietas differentiæ inter pondus totale Grauis S, ac pondus totale Grauis G, conſurget momentum Grauis S, ex puncto Q ſuſpenſi: eademque ratione, ſi totali ponderi Grauis T addatur medietas differentiæ inter pondus totale Grauis T, ac pondus to-

tale Grauis G, conſurget momentum Grauis T, ex R ſuſpenſi. Habemus igitur duas inæquales magnitudines, quarũ maior eſt pondus totale Grauis S, & minor põdus totale Grauis T, quibus detractis ab eadem magnitudine, nimirum à pondere totali Grauis G. additiſq; ~~ſupradictis~~ differentiarum medietatibus ad correſpondentes inæquales magnitudines, ſcilicet ad pondera totalia Grauium S, T, conſurgunt momenta Grauium S, & T, ex punctis Q, R ſuſpenſorum; atque ex primo præcedentium Præmiſſorum pondus totale Grauis S ad pondus totale Grauis T maiorem rationem habet, quàm momentum Grauis S, ex Q ſuſpenſi, ad momentum Grauis T, pendentis ex R: ſed in libra A B momenta Grauium S, T, ex punctis A, B ſuſpenſorum, ex demonſtratis, ſunt inter ſe, vt eorum pondera totalia; momenta igitur Grauium S, T ex æqualibus diſtantijs I Q, K R in libris diuerſis L Q, M R pendentium, non ſunt eadem, ac momenta eorundem Grauium S, T, ex ſola libra A B, ſuſpenſorum, quod erat primo demonſtrandum.



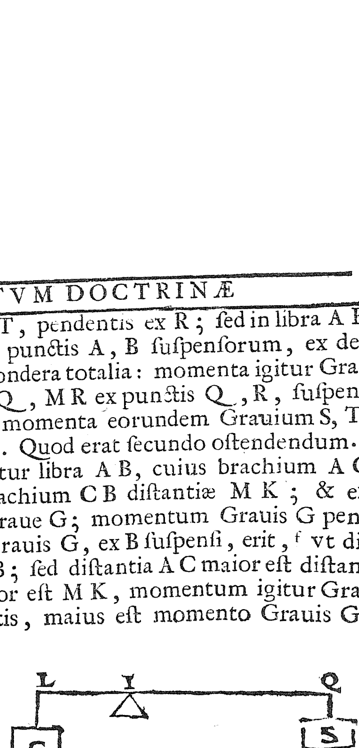
Supponatur deinde, R K minor, quàm K M. erit Q I minor quàm I L, atque ex concluſione 2. ad exemplum 4. momentum maioris Grauis S, ex Q pendentis, tantò minus eſt totali pondere ipſius Grauis S, quanta eſt medietas differentiæ inter pondus totale Grauis S, & pondus totale minoris Grauis G; ideòque ſi medietas differentiæ inter totalia pondera Grauium S, G, detrahatur à totali pondere Grauis S, differentia erit momentum Grauis S, ex Q pendentis: Atque eadem ratione, ſi medietas differentiæ inter totalia pondera Grauium T, G detrahatur à pondere totali Grauis T, differentia erit momentum Grauis T, ex R ſuſpenſi. Habemus igitur duas inæquales magnitudines, quarum maior eſt pondus totale Grauis S, & minor pondus totale Grauis T, de quibus detracto totali pondere eiuſdem Grauis G, & ~~antedictis~~ differentiarum medietatibus ~~curſus~~ detractis de correſpondentibus ponderibus totalibus Grauium S, T, conſurgunt momenta Grauium S, T, ex punctis Q, & R ſuſpenſorum; atque ex 2. præcedentium Præmiſſorum pondus totale Grauis S ad pondus totale Grauis T maiorem rationem habebit, quàm momentum Grauis S, ex Q pen-



dentis ad momentum Grauis T, pendentis ex R; ſed in libra A B momenta Grauium S, T, ex punctis A, B ſuſpenſorum, ex demonſtratis ſunt, vt eorum pondera totalia: momenta igitur Grauium S, T, in diuerſis libris L Q, M R ex punctis Q, R, ſuſpenſorum, non ſunt eadem, ac momenta eorundem Grauium S, T, ex ſola libra A B ſuſpenſorum. Quod erat ſecundo oſtendendum.

In ſequenti figura. Intelligatur libra A B, cuius brachium A C ſit æquale diſtantiæ L I, & brachium C B diſtantiæ M K; & ex punctis A, B, pendeat idem Graue G; momentum Grauis G pendentis ex A, ad momentum Grauis G, ex B ſuſpenſi, erit, [f] vt diſtantia A C ad diſtantiam C B; ſed diſtantia A C maior eſt diſtantia C B, eo quia L I maior eſt M K, momentum igitur Grauis G, ex puncto A pendentis, maius eſt momento Grauis G, ſuſpenſi ex puncto B.

[f] propoſ. 6. Guidubal. de monte in tract. de lib.



Quoniam Grauia G, S, ex libra L Q pendentia, ſunt in æquilibrio, ęqualia idcircò momenta habent, & totale pondus Grauis G, ex L ſuſpenſi, ad totale pondus Grauis S, ex Q pendentis, eſt, [g] vt diſtantia Q I, ad diſtantiam L I. Similiter, cùm Grauia G, T, ex libra M R ſuſpenſa, in æquilibrio conſiſtant, æqualia habent momenta, & pondus totale Grauis G, ex M pendentis ad pondus totale Grauis T, ex R ſuſpenſi, eſt, vt R K ad K M. Habemus igitur quatuor magnitudines proportionales ex una parte, quarum prima eſt pondus totale Grauis G pendentis ex L, ſecunda pondus totale Grauis S, pendentis ex Q; tertia, diſtantia Q I; & quarta diſtantia I L: habemus etiam quatuor alteras ex altera parte; quarum prima, eſt pondus totale Grauis G, ex M pendentis; ſecunda pondus totale Grauis T, pendentis ex R; tertia, diſtantia R K; & quarta, diſtantia K M. Et quia pondus totale Grauis G, quod eſt prima priorum magnitudinum, æquale eſt ponderi totali Grauis G, quod eſt prima poſteriorum, & diſtantia I Q, quæ eſt tertia priorum, æqualis eſt diſtantiæ K R, quæ eſt tertia poſteriorum; per 3. præcedentium Præmiſſorum, ſecunda priorum ad ſecundam poſteriorum erit, vt quarta ad quartam, hoc eſt, pondus totale Grauis S ad pondus totale Grauis T erit, vt diſtantia L I ad diſtantiam M K; ſed pondus totale Grauis S ad pondus totale Grauis T; ex demonſtratis, habet maiorem rationem ea, quam habet momentum Grauis S, ex Q pendentis, ad momentum Grauis T, ex R ſuſpenſi, ideſt, quàm momentum Grauis G, pendentis ex L, ad momentum Grauis G pendentis ex M; diſtantia igitur L I ad diſtantiam M K maiorem habebit rationem, quàm momentum Grauis G, ex L ſuſpenſi, ad momentum

[g] 6. & 7. propoſ. Archim. in tract. æqueponder.

Grauis G pendentis ex M: AC autem ex conſtructione æqualis eſt ipſi L I, & C B ipſi M K; habebit idcircò A C ad C B maiorem rationem, quàm momentum Grauis G, pendentis ex L, ad momentum Grauis G, pendentis ex M; ſed A C ad C B, ex demonſtratis, eſt, vt momentum Grauis G, pendentis ex A, ad momentum Grauis G, pendentis ex B; habebit igitur momentum Grauis G, pendentis ex A, ad momentum Grauis G, pendentis ex B, maiorem rationem ea, quam habet momentum Grauis G, ex L ſuſpenſi, ad momentam Grauis G, ſuſpenſi ex M. Quamobrem momenta Grauium G, ſuſpenſorum (in libris diuerſis) ex punctis L, M, non ſunt eadem, ac momenta eorundem Grauium G, ſuſpenſorum ex punctis A,B in ſola libra A B. Quod oportebat oſtendere.

COROLLARIVM I.

Ex dictis conſtat, momenta æqualium Grauium, ex inæqualibus ſeiunctis Vectibus ſuſpenſorum, cùm ab alijs Grauibus æquilibrantur ita, vt diſtantiæ I Q, K R inter ſe æquales ſint, non eſſe in eadem ratione cum ſuis diſtantijs. Demonſtratum eſt enim, diſtantiam L I ad diſtantiam M K habere maiorem rationem ea, quam habet momentum Grauis G, pendentis ex L, ad momentum eiuſdem Grauis G, ex M ſuſpenſi.

COROLLARIVM II.

Hinc manifeſtum eſt, quidquid Clariſſimi Auctores oſtendere ſtuduerunt, applicando paſſiones momentorum Grauium, ex eadem libra, ſeu Vecte pendentium, ad Grauia, à diuerſorum Vectium extremitatibus ſuſpenſa, incertum id totum eſſe, ne dicam apertè falſum: Quod ſi ex huiuſmodi applicatione ad veram aliquam concluſionem interdum proceſſerunt, id ex puro accidente, non ex infallibili principio factum eſt.

Vt, ſi quis diceret, momenta duorum Grauium ab extremitatibus duorum Vectium appenſorum, cùm non ſuſtinentur ab vllis potentijs eſſe, vt ſunt diſtantiæ, ex quibus pendent, hæc pro-

Digitized by Google

poſitio falſa eſſet, & aliquando vera eſſe poſſet ex accidente; ſi enim Grauia ſint inæqualia, & ab inæqualibus pendeant diſtantijs, tunc vera eſſet ea propoſitio, quando accideret, vt diſtantiæ eſſent, quemadmodum Grauia, eòque caſu momenta eſſent eadem, ac totalia eorum pondera, non autem eſſent momenta peculiaria, aliter, quæ ex tali propoſitione deducuntur, ſunt planè falſa: ſi verò Grauia eſſent æqualia, & caſus ferret, vt æquales etiam diſtantiæ eſſent, dicta propoſitio vera erit; in quocunque tamen alio caſu, falſa. Quòd huiuſmodi obſeruatio nonnullis neglecta fuerit, hoc factum eſt, vt eodem medio termino demonſtrata videamus duo, penitùs contraria; ex eo enim, quòd paſſiones momentorum Grauium, ex eadem libra pendentium, applicatæ fuerint ad Grauia, è ſeiunctorum Vectium extremitatibus pendentia, videmus, huic propoſitioni locum eſſe factum, quòd ſcilicet *momenta eiuſdem Grauis, ab extremitatibus duorum Vectium inæqualium pendentis, inter ſe ſunt, vt diſtantiæ, ex quibus pendent*; tum ex tali medio termino, ſatis falſo, vera per accidens concluſio ducta eſt, quòd *momenta eiuſdem Grauis ſuper plana inæqualiter inclinata, æquales verò longitudines habentia, ſunt, vt perpendicula*: demum ex hac concluſione infertur certitudo principij Galilæi, quòd nimirum *momentum totale Grauis, ad momentum, quod habet in plano inclinato, eſt, vt longitudo plani inclinati ad perpendiculum*.

Contra, quidam eidem fallaci medio termino innixus, primò ad falſam procedit concluſionem, quòd ſcilicet *momenta duorum Grauium, in extremitatibus duorum ſeiunctorum Vectium appenſorum, habent rationem compoſitam ex rationibus ponderum, & diſtantiarum, vnde pendent*; ſecundò, à tali concluſione ad aliam multò magis falſam gradum facit, quòd videlicet *momenta Grauium ſupra idem planum inclinatum habent rationem compoſitam ex rationibus ponderum, & diſtantiarum*: demum, quia Abyſſus abyſſum inuocat, ad alias progreditur falſas concluſiones, ex quibus facilè inferri poteſt, ſupradictum Galilæi principium falſitate laborare. Ex eodem itaque fundamento concluſiones oppoſitæ deducuntur, quod indicio eſt, illud per ſe falſum, interdum ex accidente verum eſſe. Maneat igitur, ſequentes propoſitiones infici falſitate.

Momenta Grauium æqualium, ab extremitatibus

ſeiunctorum inæqualium Vectium pendentium, ſunt, vt diſtantiæ, vnde pendent.

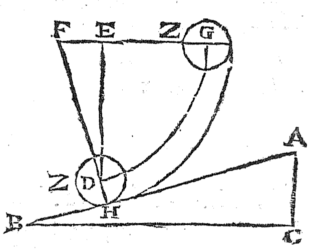
Momenta Grauium, pendentium ab extremitatibus duorum Vectium ſeiunctorum, habent rationem compoſitam ex rationibus ponderum, & diſtantiarum.

Quidquid autem ex præmiſſis hiſce concluſionibus, tamquam ex fonte deriuatur, erroribus ſcateat, oportet.

THEOR. VI. PROP. VI.

Momentum liberum Grauis in plano inclinato, æquale eſt momento peculiari eiuſdem Grauis, quod ſolùm tangens planum illud inclinatum, à Vecte, vel libra totaliter ſuſtinetur.

In plano decliui A B, cuius perpendiculum, vel altitudo C A, & Horizontalis C B, collocetur Graue Z, (quod ad maiorem facilitatem ſphęricum ſupponitur) quod tangat planum AB, vt in H, eius centrum ſit D, quod erit etiam centrum ſuæ grauitatis: è centro D ad contactum H ducatur recta DH, quæ ad libitum producatur verſus F. Per punctum F [b] ducatur F G parallela horizontali BC, & ex centro grauitatis D demittatur DE [c] ad angulos rectos cum EG; erit E D linea directionis, ſecundùm quam Graue Z ad commune Grauium centrum tendit:



b. 31. 1.

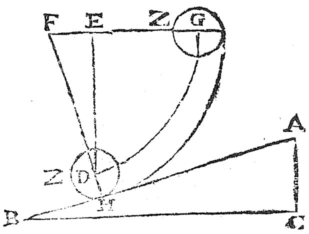
c. 12. 1.

ponatur FG, vti Vectis, cuius fulcrum F. Dico, momentum liberum Grauis Z in plano AB, cùm ſuſtinetur dumtaxat ab ipſo plano A B, æquale eſſe momento peculiari eiuſdem Grauis Z, cùm pendet ſolùm ex Vecte FG, & tangit dumtaxat planum AB.

Supponatur primo, Graue Z ſuſtineri ſolùm à plano AB. Eius totale momentum, ex dictis in quinto exemplo, diuidetur in duo momenta partialia; Vnum eſt illud, quod à reſiſtente plano A B ipſi detrahitur; alterum eſt momentum liberum, quo Graue Z, in ſua libertate relictum, motum ſuum deſcenſiuum per planum AB inchoaret; Iam, vt momentum liberum Grauis Z in plano AB ad pondus ſuum totale, ita concipiatur recta EF ad aliam, quæ ſit FG; iuuertendo, pondus totale Grauis Z ad momentum liberum in plano AB erit, vt G F, ad F E: ſed pondus totale Grauis Z maius eſt momento libero,

quod habet in plano AB (momentum enim liberum pars eſt ponderis totalis); recta igitur GF maior erit recta FE.

Intelligatur rursùs Graue Z non ampliùs à plano AB, ſed à Vecte FG in puncto E ſuſtineri ita, vt ſolùm tangat planum AB. Et concipiatur ex puncto G ſuſpenſum Graue eiuſdem ſpeciei, & æquale Graui Z, quod centrum habeat Grauitatis in G. Quoniam Grauia Z, ex punctis E, & G ſuſpenſa, eiuſdem ſunt ſpeciei, & æqualia, pondus totale Grauis Z, ex puncto G ſuſpenſi, ad momentum eiuſdem, vel æqualis, Grauis Z, ex puncto E ſuſpenſi, per tertiam propoſitionem eſt, vt GF ad FE; at GF ad FE, ex demonſtratis, eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum eiuſdem Grauis in plano AB, cùm ex Vecte non pendet, ſed à plano AB dumtaxat ſuſtinetur: Ergo pondus totale Grauis Z ad momẽ-
d 11. 5. tum, quod habet in plano AB [d] erit, vt pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum peculiare, quod habet, cùm pendet à Vecte ex puncto E. Quapropter momentum liberum Grauis Z in plano AB, cùm ſolùm à plano AB ſuſtinetur, [e] æquale eſt momento peculiari eiuſdẽ
9. 5. Grauis Z, cùm tangens dumtaxat planum AB, è Vecte FG, totaliter pendet. Quod oportebat oſtendere.

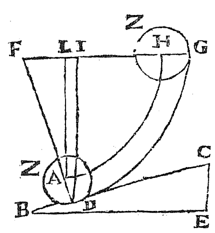


His præmiſſis, ad Torricellij Lemmatis inſtaurationem in hunc modum aggredimur.

THEOR. VII. PROP. VII.

Pondus totale Grauis ad momentum, quod habet in plano decliui, eſt, vt longitudo ipſius plani decliuis ad perpendiculum.

In plano decliui BC, cuius perpendiculũ CE,
a 42. pro. l. 1. de cẽtrograuit. Lucæ Valerij. & horizontalis BE ſit Graue ſphæricum Z, cuius centrum A [a] erit etiam centrum ſuæ grauitatis. Dico, pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano BC, eſſe, vt eſt longitudo BC ad perpendiculum CE.



Tangat Graue ſphæricum Z planum BC in puncto D; ex centro A ad contactum D,
b 18. 3. ducatur AD, quæ [b] ad angulos rectos erit cum plano BC, & producatur ad libitum in F. Po-
c 31. 1. natur FG [c] parallela Horizontali BE, & ex punctis A, & D demittantur
d 12. 1. e 30. 1. DI, AL [d] perpendiculares horizõtali FG, illæ erunt inter ſe [e] parallelę.

Digitized by Google

Centro in F, interuallíſque F A, F D deſcribantur arcus A H, D G.

Quoniam angulus I rectus eſt, duo reliqui anguli IDF, IFD, f ſimul f 32. 1.
ſumpti, ſunt æquales vni recto, hoc eſt, angulo FDC; ablato communi angulo FDI, remanet angulus IFD æqualis angulo I D C; ſed angulus g 29. 1.
IDC g æqualis eſt alterno BCE, erit igitur angulus I F D æqualis angulo BCE, & complementum, hoc eſt angulus IDF, h æquale complemento, hoc eſt angulo CBE: Quapropter triangula IDF, CEB K ſunt inter ſe ſimilia; at qui triangulum IDF ſimile eſt l triangulo LAF, cùm rectæ LA, ID ſint parallelæ: ergo triangula LAF, IDF, CBE m ſunt ſimilia, eritque AF ad FL, vt DF ad FI, & BC ad CE.

h 32. 1. K 4. 6. & 1. defin. 6. l 29. 1. 4. 6. & 1. defin. 6. m 21. 6.

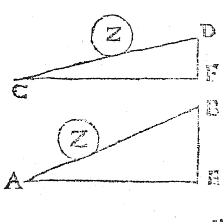
Intelligatur Graue Z, totaliter pendens de Vecte FG, vt ex puncto L, ſolùm tangere planum BC in puncto D. Pondus totale Grauis Z, ex puncto H pendentis, ad momentum peculiare, quod habet, cùm pendet ex puncto L, per 3. prop. eſt, vt HF ad FL, hoc eſt, vt AF ad FL, n vel DF ad FI, hoc eſt, vt BC ad CE, ſed momentum peculiare, quod habet Graue Z, pendens ex puncto L, cùm ſolùm tangit planum BC, ex antecedenti propoſitione æquale eſt momento libero, quod habet idem Graue Z in plano BC, cùm ex libra non pendet, ſed à ſolo plano decliui BC ſuſtinetur: Ergo momentum totale, ſiue pondus totale, Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano BC, eſt, vt BC ad CE Quod erat demonſtrandum.

n 11. 5.

COROLLARIVM.

Ex dictis manifeſtum eſt, momenta libera Grauis ſuper planis inæqualiter inclinatis, æquales tamen longitudines habentibus, inter ſe eſſe, vt perpendicula, hoc eſt, vt ſinus angulorum eleuationum.

Quoniam ſi Graue Z intelligamus ſuper planis AB, CD, inæqualiter ad Horizontales AE, CF inclinatis, æqualéſque longitudines habentibus, ex antecedenti propoſ. momentum liberum, quod habet Graue Z in plano CD, ad ſuum totale pondus, eſt, vt F D ad C D, vel A B, & pondus totale eiuſdem, vel æqualis, Grauis Z ad momentum, quod habet in plano AB, eſt, vt A B ad B E; ex æquo momentum liberum

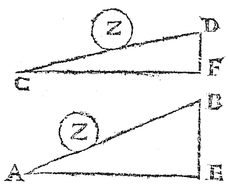


Gra-

Grauis Z in plano CD ad momentum liberum eiuſdem Grauis Z
a 22. 5. *in plano AB* a *erit, vt perpendiculum DF ad perpendiculum BE, at perpendicula DF, BE ſunt ſinus recti angulorum DCF, BAE, Momentum liberum igitur Grauis Z in plano CD ad momentum liberum eiuſdem Grauis Z in plano AB erit, vt ſinus anguli DCF ad ſinum anguli BAE. Quemadmodum dictum eſt.*

THEOR. VIII. PROP. VIII.

Si Graue in duobus planis decliuibus, æquales longitudines habentibus, ac ſeiunctis, collocetur, & momenta libera, quæ Graue illud in ijſdem planis habet, ſimul ſumpta, æqualia ſint ponderi totali ipſius Grauis, aggregatum ex perpendiculis æquale erit longitudini alterutrius ex planis: & ſi aggregatum ex perpendiculis æquale ſit longitudini alterutrius ex planis, momenta libera eius Grauis, ſimul ſumpta, æqualia erunt ponderi totali eiuſdem Grauis.



Intelligatur Graue Z ſuper planis decliuibus AB, CD, æquales longitudines habentibus, ſintque BE, DF perpendicula, & ponatur primùm, momenta libera Grauis Z in planis AB, CD, ſimul ſumpta, æquari momento totali, hoc eſt, ponderi totali ipſius Grauis Z. Dico, aggregatum ex perpendiculis EB, DF æquale eſſe longitudini CD, vel AB.

Per Corollarium præcedens, momentum liberum Grauis Z in plano AB ad momentum liberum eiuſdem Grauis Z in plano CD eſt, vt EB ad FD; componendo, aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis AB, CD ad momentum liberum in plano CD, erit, vt aggregatum
a 18. 5. ex perpendiculis EB, FD a ad perpendiculum FD: ſed per hypotheſin aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis AB, CD æquale eſt momento totali, hoc eſt, ponderi totali Grauis Z; erit pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano CD, vt aggregatum ex perpendiculis EB, FD ad perpendiculum FD: at ex 7. propoſ. pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano CD eſt, vt CD ad DF, erit igitur aggregatum ex perpendiculis EB, FD ad
b 11. 5. perpendiculum FD b, vt CD ad idem perpendiculum DF, quamobrem

aggre-

aggregatum ex perpendiculis E B, F D, c æquale eſt longitudini CD. c 9. 5.
Quod erat primo loco demonſtrandum.

Ponatur deinde, aggregatum ex perpendiculis E B, F D æquari longitudini C D, vel A B. Dico, momenta libera Grauis Z in planis A B, C D, ſimul ſumpta, æqualia eſſe ponderi totali eiuſdem Grauis Z.

Demonſtretur, vt paulò ante, aggregatum ex perpendiculis E B, F D ad perpendiculum F D eſſe, vt aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D ad momentum liberum, quod habet in plano C D. Cùm ex hypotheſi aggregatum ex perpendiculis E B, F D æquale ſit longitudini C D, erit C D ad D F, vt aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D ad momentum liberum eiuſdem Grauis Z in plano C D; Sed ex 7. Prop. C D ad D F eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano C D, erit igitur pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano C D, d vt d 11. 5.
aggregatum ex momentis liberis, quæ idem Graue Z habet in planis AB, C D ad momentum liberum, quod habet in eodem plano C D; quamobrem aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis AB, CD, æquale eſt e ponderi totali eiuſdem Grauis Z. Quod ſupererat demonſtrandum. e 9. 5.

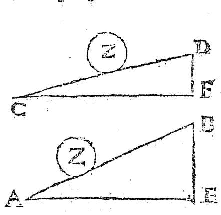
THEOR. IX. PROP. IX

Si aggregatum ex momentis liberis, quæ Graue habet in duobus planis decliuibus, æquales longitudines habentibus, ac ſeiunctis, maius eſt pondere totali eiuſdem Grauis; aggregatum ex perpendiculis eorundem planorum maius erit longitudine alterutrius ex planis: Et, ſi aggregatum ex perpendiculis maius eſt longitudine alterutrius ex planis; aggregatum ex momentis liberis, quæ Graue illud habet in iiſdem planis, maius erit pondere totali eiuſdem Grauis.

Repetatur figura, & conſtructio præcedentis propoſitionis, & poſito primo loco, aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D maius eſſe pondere totali Grauis Z. Dico, aggregatum ex perpendiculis B E, D F maius eſſe longitudine A B, vel C D. Demonſtretur, vt in præcedente propoſitione, aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D ad momentum liberum, quod habet in plano C D, eſſe, vt aggregatum è perpendiculis E B, F D ad perpendiculum F D. Quoniam aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D, per hypotheſin maius eſt pondere totali ipſius Grauis Z, ſumatur momentum liberum, quod Graue Z habet in plano C D, vti tertia quantitas; aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D, ad momentum liberum, quod habet in plano C D, a maiorem habebit ratio- a 8. 5.

nem ea, quam habet pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano C D; ſed ex demonſtratis aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D, ad momentum liberum, quod habet in plano C D, eſt, vt aggregatum ex perpendiculis E B, F D, ad perpendiculum F D; habebit aggregatum ex perpendiculis E B, F D ad perpendiculum F D, [b] maiorem

b 13. 5. rationem, quàm habet pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano C D: at pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano C D, ex 7. Prop. eſt, vt CD ad DF; aggregatum igitur ex perpendiculis E B, F D ad perpendiculum F D



c 13. 5. maiorem [c] habebit rationem, quàm habet C D ad idem perpendiculum F D: Quapropter aggregatum ex

d 10. 5. perpendiculis E B, F D [d] maius eſt longitudine C D, vel A B. Quod primò demonſtrare oportebat.

Poſito deinde, aggregatum ex perpendiculis B E, D F maius eſſe longitudine A B, vel C D. Dico, aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D maius eſſe pondere totali Grauis Z.

Quoniam aggregatum ex perpendiculis B E, D F per hypotheſin maius eſt longitudine C D, ſumpto perpendiculo D F, vti tertia quantitate,

e 8. 5. aggregatum ex perpendiculis B E, D F, ad perpendiculum D F [e] maiorem habebit rationem, quàm C D ad D F, ſed C D ad D F ex 7. Prop. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano C D, aggregatum idcircò ex perpendiculis B E, D F ad perpen-

f 13. 5. diculum D F [f] maiorem rationem habet, quàm pondus totale Grauis Z ad momentum liberum in plano C D: Oſtenſum eſt aggregatum ex perpendiculis B E, D F ad perpendiculum DF eſſe, vt aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis A B, C D ad momentum liberum in plano C D, aggregatum igitur ex momentis liberis Grauis Z in planis

g 13. 5. A B, C D ad momentum liberum in plano C D [g] habet maiorem rationem, quàm pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano CD; quamobrem aggregatum ex momentis liberis Grauis

h 10. 5. Z in planis A B, C D [h] maius eſt pondere totali Grauis Z. Quod erat ſecundo loco demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Ex dictis manifeſtum eſt, ſi aggregatum ex momentis liberis, quæ Graue habet in duobus planis decliuibus, æquales longitudines habentibus, & ſeparatis, minus ſit pondere totali ipſius Grauis, aggregatum ex perpendiculis eorun-

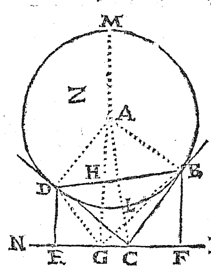
dem

dem planorum minus eſſe longitudine alterutrius ex planis; & ſi aggregatum ex ijs perpendiculis minus ſit longitudine alterutrius ex planis, aggregatum ex momentis liberis, quæ Graue illud habet in ijſdem planis minus fore pondere totali eiuſdem Grauis.

Quod facillimè demonſtrabitur, ſi quæ in antecedente Propoſitione ſunt dicta, mutatis dumtaxat vocibus *maius* & *minus*, repetantur.

ANNOTATIO.

Quamuis autem ex dictis apertiſſimè conſtet, pondus totale Grauis ad momentum liberum in plano decliui eſſe, vt eſt longitudo ipſius plani decliuis ad perpendiculum; quod cùm fuerit geometricè demonſtratum, nullius capax eſt contradictionis: quia tamen Geometræ eſt, quidquid ſuæ concluſioni quoquomodo opponi poſſe videtur, id totum remouere, atque infringere; non poſſum, quin in medium proferam inſtantiam quandam, aduerſus Galilæi principium ingenioſè excogitatam, atque in hoc ſitam, quòd ſi concedatur, pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano decliui B C, eſſe, vt eſt longitudo B C ipſius plani decliuis ad perpendiculum, hinc in planis ad angulos rectos concurrentibus, inferatur duo latera C E, E D ſimul ſumpta æqualia eſſe tertio lateri D C contra 20. Prop. primi lib. Eucl. Viſum eſt igitur mihi, ad eam confutandam inſtantiam, aliquot demonſtrationes exhibere.



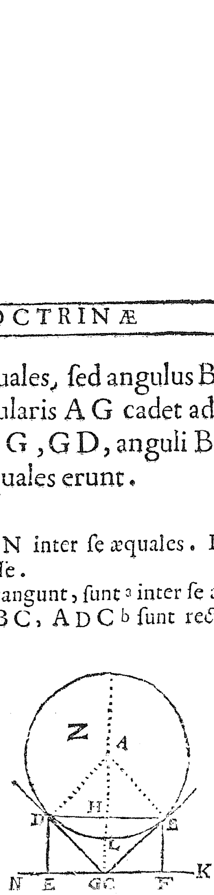
LEMMA I. PROP. X.

Si extra circulum Z, in eodem tamen plano, recta N K infinita fuerit expoſita, & ex puncto quouis, in recta N K accepto, ductæ ſint rectæ C D, C B, circulum, vt in B, & D, tangentes, ducta ex centro A ad punctum C recta A C, & ex eodem centro demiſſa perpendiculari quapiam, vt A G, ad rectam N K: Si anguli B C K, D C N ſint inter ſe æquales, perpendicularis A G incidet in punctum C, hoc eſt, recta A C rectæ N K perpendicularis erit: ſi verò

non ſint anguli B C K , D C N , æquales, ſed angulus B C k maior ſit angulo D C N, perpendicularis A G cadet ad partes anguli A C N , ductiſque rectis B G , G D, anguli BCA, B G A, A C D, A G D inter ſe æquales erunt.

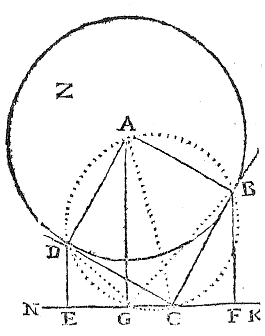
Supponantur primò anguli B C K , D C N inter ſe æquales. Dico, rectam A C rectæ N K perpendicularem eſſe.

Quoniam rectæ C B, C D, circulum Z tangunt, ſunt [a] inter ſe æquales; ductiſque rectis A B, A D anguli A B C, A D C [b] ſunt recti. In
a Coroll. ad 36. 3.
b 18. 3.
triangulis A C B, A C D, duo latera A C, C B, æqualia ſunt duobus lateribus A C, C D, baſis A B baſi AD eſt æqualis: erit igitur angulus ACB
c 8. 1. æqualis [c] angulo A C D; anguli autem B C K, D C N ex hypotheſi ſunt æquales: ergo totus angulus A C K æqualis eſt toti angulo ACN, quam-
d 10. def. 1. obrem anguli A C K, A C N [d] ſunt recti, & recta A G, perpendicularis ad N K, incidit in punctum C.



Supponatur deinde angulus B C K maior angulo D C N. Dico, perpendicularem A G cadere ad partes anguli A C N, & angulos B C A, B G A, A C D, A G D eſſe inter ſe æquales.

Demonſtrentur, vt ſuprà, anguli B C A, D C A inter ſe æquales. Cùm ex hypotheſi angulus B C K maior ſit angulo D C N, totus angulus A C K toto angulo A C N maior erit, ſed anguli A C K,
e 13. 1. A C N [e] ſunt æquales duobus rectis, angulus igitur A C N vno recto erit minor; quamobrem perpendicularis A G [f] ca-
f Coroll. ad 17. 1. det ad partes anguli acuti ACN. Quia demum anguli A D C, A G C, A B C ſunt recti, puncta D, G, C, B, A [g] ſunt in
g 31. 3. illius circuli circumferentia, cuius A C eſt diameter: Ideoque anguli B C A, B G A in
h 21. 3. eodem ſegmento B C G D A, [h] ſunt æquales, & anguli A C D, A G D in eodem ſegmento A B C G D, ſunt æquales; ſed anguli BCA, A C D oſtenſi ſunt æquales: Ergo anguli B C A, B G A, A C D, AGD ſunt inter ſe æquales. Quod demonſtrare oportebat.



Digitized by Google

COROLLARIVM.

Ex dictis conſtat, ſiue anguli BCK, DCN ſint æquales, ſiue inæquales, ſemper angulum DCB per rectam AC ſecari bifariam.

LEMMA II. PROP. XI.

Si ex puncto ſumpto in recta quapiam linea, extra circulum expoſita, ductæ ſint duæ rectæ lineæ, quæ circulum tangant, ex centro autem circuli, & ex contactibus cadant rectæ, ad expoſitam perpendiculares: ſi angulus à tangentibus comprehenſus, eſt rectus, perpendiculares, quæ ex contactibus cadunt, æquales erunt contiguis partibus rectæ expoſitæ interceptis à perpendiculari, quæ ex circuli centro cadit, & ab illis, quæ ex contactibus: ſi angulus à tangentibus comprehenſus, minor eſt recto; perpendiculares, quæ ex contactibus cadunt, maiores erunt dictis contiguis partibus: ſi demum angulus ille maior eſt recto, eę perpendiculares minores erunt dictis contiguis pertibus.

Sit recta N K extra circulum Z, in eodem tamen plano, expoſita, & ex quocunque puncto C, in recta N K ſumpto, ductæ ſint rectæ CB, CD, circulum Z tangentes; ex centro autem A circuli, & ex contactibus D, & B cadant rectæ A G, D E, B F, ad rectam N K perpendiculares; erunt E G, G F, partes, à perpendicularibus D E, A G, B F interceptæ. Dico, ſi angulus D C B eſt rectus, perpendicularem DE æqualem eſſe contiguæ parti interceptæ E G, & perpendicularem B F æqualem eſſe contiguæ parti interceptæ F G: ſi verò angulus D C B recto eſt minor, perpendicularem D E maiorem eſſe contigua parte intercepta E G, & perpendicularem B F maiorem contigua parte F G: ſi demum angulus D C B maior eſt recto, rectam D E minorem eſſe recta E G, & B F minorem G F. *Inſpiciatur Figura præcedens.*

Ponatur primò loco angulus D C B rectus. Dico, perpendicularem B F æqualem eſſe rectæ F G, & perpendicularem D E æqualem rectæ E G. Ducatur A C. Si anguli B C F, D C E ſunt inter ſe æquales, ex antecedenti Propoſit. recta A C perpendicularis eſt ad N K, & recta AG in punctum C incidit.

Quoniam ex præcedenti Corollario anguli A C B, A C D, ſunt æquales, & per hypotheſin angulus DCB eſt rectus, anguli igitur ACB,

ACD

A C D ſunt ſemi recti; ſed anguli A C K, A C N, ex demonſtratis, ſunt
a 32. 1. recti, anguli ergo B C K, D C E, hoc eſt, B G K, D G E [a] ſunt ſemi-
recti, cùm que anguli in E, & F ſint
b 32. 1. recti, anguli G B F, G D E [b] ſunt ſemi
recti; quamobrem anguli FBG, FGB,
vt & anguli E G D, E D G, ſunt inter
c 6. 1. ſe æquales, latuſque B F [c] æquale erit
lateri F G, vt & latus D E æquale
lateri E G.

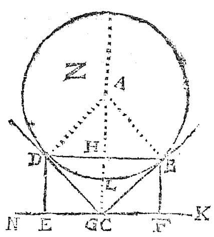
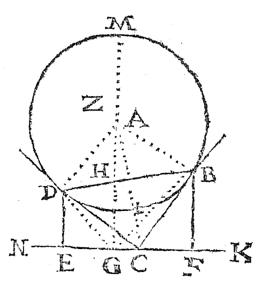


Fig. 2. Si anguli B C F, D C E non ſint
æquales, ſed angulus B C F maior ſit
angulo D C E; ex antecedenti Prop.
perpendicularis A G cadit ad partes
anguli A C N, hoc eſt inter puncta C,
& E, ductiſque rectis B G, D G, an-
guli B C A, A C D, B G A, A G D ſunt inter ſe æquales; & quoniam
angulus B C D, ex hypotheſi, eſt rectus, ſinguli ex angulis B C A,
a 32. 1. A C D, B G A, A G D ſunt ſemi recti, cùmque anguli A G F, A G E
ſint recti, anguli B G F, D G E [a] erunt ſemi recti: ſed anguli in F, & E
ſunt recti; anguli igitur F B G, F G B, vt & anguli E D G, E G D, ſunt
inter ſe æquales, eritque latus B F
b 6. 1. æquale [b] lateri F G, vt & latus DE
æquale lateri E G; Quod oporte-
bat primo loco demonſtrare.



Ponatur ſecundo loco angulus
D C B minor recto. Dico, per-
pendicularem B F maiorem eſſe
F G, & perpendicularem D E ma-
Fig. 1. iorem E G. Si anguli BCF, DCE
ſunt æquales, ex antecedenti Pro-
ſitione recta A C perpendicularis
eſt rectæ N K, & perpendicularis
A G incidit in punctum C. Præ-
terea, quia anguli A C B, A C D ex precedenti Corollario ſunt æqua-
les, angulus verò B C D poſitus eſt minor recto, vterque angulorum
c 32. 1. A C B, A C D minor erit ſemi recto, quamobrem vterque angulorum
B C F, D C E [c] hoc eſt B G F, B G E, maior erit ſemirecto; ſed anguli
d 32. 1. in E, & F ſunt recti, ergo vterque ex angulis F B G, E D G [d] eſt minor
e 19. 1. ſemi recto; Vnde angulus F G B angulo F B G, & angulus E G D an-
gulo E D G, maior eſt; quapropter latus B F [e] latere F G, & latus D E
latere E G maius erit.

Fig. 2. Si angulus B C F maior ſit angulo D C E, ex antecedenti Propoſit.
perpendicularis A G cadit ad partes anguli A C N, nempè inter pun-
cta C, & E. Ducantur rectæ B G, D G. Anguli B C A, A C D, BGA,
A G D ex citata Propoſit. ſunt inter ſe æquales, cùmque angulus BCD
ex hypotheſi minor ſit recto, ſinguli angulorum B C A, A C D, B G A,
A G D, ſemi recto ſunt minores; at qui anguli A G F, A G E ex con-

ſtructio-

ſtructione ſunt recti, ergo vterque angulus D G E, B G F [f] eſt maior f 32. 1.
ſemirecto: ex conſtructione anguli in E, & F ſunt recti, vterque igitur
angulorum F B G, E D G [g] minor eſt ſemirecto; Vnde angulus F G B g 32. 1.
maior eſt angulo F B G, & angulus E G D maior angulo E D G; quam-
obrem latus B F [h] maius erit latere F G, & latus D E maius latere E G. h 19. 1.
Quod erat ſecundo loco demonſtrandum.

Demùm ponatur angulus B C D recto maior, Dico, perpendicula-
rem B F minorem eſſe F G, & perpendicularem D E minorem E G. Si
anguli B C F, D C E inter ſe ſunt æquales, ex antecedenti Propoſitione
recta A C eſt ad angulos rectos cum N K, & perpendicularis A G in
punctum C incidit. Vlterius, quia anguli A C B, A C D ex præced. Fig. 1.
Corollario ſunt æquales, angulus verò D C B eſt recto maior per hypo-
theſin, vterque angulorum A C B, A C D, ſemirecto maior erit, ideò-
que vterque angulus B C F, D C E, hoc eſt B G F, D G E, [i] ſemi re- i 32. 1.
cto erit minor: Cùmque anguli in F, & E ſint recti, erit angulus FBG,
vt & angulus E D G, [k] maior ſemirecto; quamobrem angulus F B G K 32. 1.
maior eſt angulo F G B, & angulus E D G angulo E G D, eritque id-
circò latus B F minus latere F G, & latus D E minus latere E G.

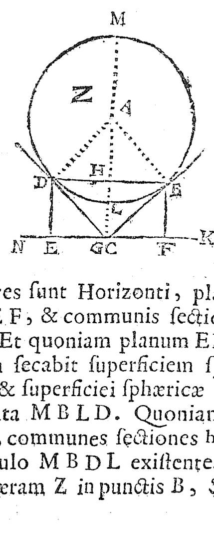
Si angulus B C F angulo D C E maior ſit, ex antecedenti Propoſit. Fig. 2.
perpendicularis A G inter puncta E, & C cadit, ductiſque rectis G B,
G D, anguli B C A, A C D, B G A, A G D, ſunt inter ſe æquales. Et
quoniam angulus B C D poſitus eſt maior recto, ſinguli anguli B C A,
A C D, B G A, A G D, maiores erunt ſemirecto; ex conſtructione an-
guli A G F, A G E ſunt recti, vterque igitur angulus B G F, [l] D G E erit l 32. 1.
minor ſemirecto: ſed anguli in E, & F ſunt recti, ergo vterque angulus
F B G, E D G [m] erit maior ſemirecto; Quamobrem angulus F B G
erit maior angulo F G B, & angulus E D G maior angulo E G D; Eâq; m 32. 1.
re latus B F [n] minus erit latere F G, & latus D E minus latere E G.
Quod vltimo erat demonſtrandum. n 19. 1.

THEOR. X. PROP. XII.

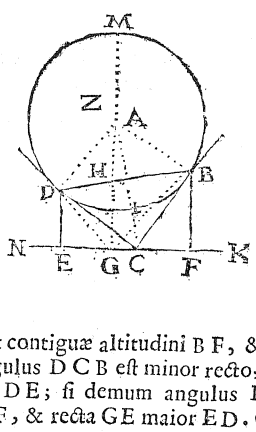
Si Graue ſphæricum à duobus planis tangentibus, & ad Horizontem eleuatis, ſuſtineatur, & ex contactibus ducantur ad Horizontem duæ perpendiculares, quæ ipſorum planorum erunt altitudines, ex centro autem Grauis ſphærici perpendicularis ad Horizontem demittatur: ſi angulus ſub planis concurrentibus eſt rectus; pars rectæ Horizontalis, ab hac perpendiculari, & ab vna altitudinum interceptæ, æqualis erit eidem altitudini: ſi dictus angulus maior eſt recto; dicta pars Horizontalis, minor erit contigua altitudine: ſi demum ille angulus minor eſt recto; pars illa maior erit contigua altitudine.

Graue ſphæricum Z, cuius centrum A, tangat duo plana C B, C D, quæ ad Horizontem E F eleuata, & in C mutuò concurrentia, illud ſuſtineant. Ex contactu B, & ex centro ſphæræ A cadant rectæ B F, A G, ad Horizontem N K perpendiculares; a 6. 11. duæ rectæ A G, B F [a] inter ſe erunt parallelæ. Ducta A B, tres rectæ G A, b 7. 11. A B, B F [b] in vno ſunt plano, in c 31. 1. quo ex puncto D ducatur D E [c] parallela rectæ A G, vel B F. Quoniam A G Horizonti E F eſt perpendicularis, d 8. 11. erit D E [d] eidem plano E F perpendicularis, eritque B F altitudo plani B C, & D E altitudo plani D C. Ducatur D A. Quia rectæ B F, A G, D E in vno ſunt plano, & ſingulæ perpendiculares ſunt Horizonti, planum e 18. 11. E D A B F [e] erectum erit ad Horizontem E F, & communis ſectio plani f 3. 11. E D A B F, & Horizontis [f] erit recta E F. Et quoniam planum E D A B F tranſit per centrum A Sphæræ, productum ſecabit ſuperficiem ſphæricam, communiſque ſectio plani ſecantis, & ſuperficiei ſphæricæ [g] erit circumferentia circuli maximi; ea ſit notata M B L D. Quoniam planum E D A B F ſecat etiam plana C B, C D, communes ſectiones [h] erunt rectæ C B, C D, in eodem plano cum circulo M B D L exiſtentes; ſed plana C B, C D ex hypotheſi tangunt Sphæram Z in punctis B, & D, rectæ igitur C B, C D in iiſdem punctis B, & D circulum M B L D tangunt.

g 1. & 7. Propoſit. 1. lib. ſpher. Theodoſij.
h 3. 11.



Habemus ergo in eodem plano circulum M B D L, & rectam interminatam N K; ex puncto C, in recta N K ſumpto, ductæ ſunt rectæ C B, C D, circulum M B L D tangentes in punctis B, & D, ex quibus, & ex centro A, cadunt rectæ B F, A G, D E ad N K perpendiculares; ſiue anguli B C F, D C E ſint æquales, ſiue angulus B C F maior ſit angulo D C E, ex antecedenti Propoſitione, ſi angulus D C B eſt rectus, recta G F æqualis eſt contiguæ altitudini B F, & G E æqualis contiguæ altitudini D E; ſi angulus D C B eſt minor recto, recta G F erit minor B F, & recta E G minor D E; ſi demum angulus D C B maior eſt recto, recta G F maior erit B F, & recta G E maior E D. Quod demonſtrare oportebat.



COROLLARIVM.

Ex demonſtratis conſtat, quando Graue ſphæricum, vt Z, tangit duo plana C D, C B, ad Horizontem eleuata, atque, vt in C, coeuntia, ſi ex centro A Sphęræ, & ex contactibus D, & B, cadant rectæ ad Horizontem perpendiculares, illas eſſe in eodem plano, ad Horizontem recto, & inter ſe parallelas: Rursùs, tale planum productum ſecare ſuperficiem ſphæricam Grauis Z, communemque ſectionem plani ſecantis, & ſuperficiei ſphæricæ, eſſe circuli maximi circumferentiam; demum communes ſectiones A B, C D huius plani ſecantis, & planorum, Sphęram Grauem Z tangentium, rectas eſſe lineas, circulum maximum tangentes.

THEOR. XI. PROP. XIII.

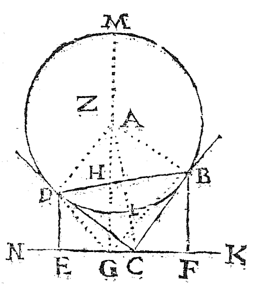
Si Graue à duobus planis, ad Horizontem inæqualiter eleuatis, & ad angulos rectos coeuntibus, ſuſtineatur; pondus totale Grauis ad grauitationem, qua idem Graue vnum ex ipſis planis premit, non eſt, vt angulus rectus ad angulum eleuationis alterius plani.

Sit Graue Z (quod facilitatis ergô ſupponitur ſphæricum) cuius centrum A, innixum duobus planis tangentibus B C, C D, ad Horizontem NK inæqualiter eleuatis, atque ita in C coeuntibus, vt angulus B C D ſit rectus. Dico, pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C D, non eſſe, vt eſt angulus rectus ad angulum B C F, & pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, non eſſe, vt eſt angulus rectus ad angulum D C E. *Inſpiciatur Figura præcedens.*

Poſito, quod angulus BCF maior ſit angulo DCE, ex centro A Sphæræ, & ex contactibus D, & B [a] demittantur AG, DE, BF ad Horizontem N K perpendiculares; recta A G ex Prop. 10. cadit ad partes anguli A C N, & quoniam rectæ DE, AG ſunt inter ſe parallelæ, punctum G erit inter puncta E, & C, eruntque rectæ D E, B F altitudines planorum CD, CB, & ex anteced. Coroll. rectæ D E, A G, BF in eodem ſunt plano, quod ſecans ſphæram Z, efficit circulum maximum MBLD, cùmque ſecet plana CB, CD, communes ſectiones ſunt rectæ CB, CD, circulum M B L D tangentes. Ducantur AB, AD, BD; erit recta D B in plano E D A B F, ideoque ſecat perpendicularem A G in aliquo puncto H, & ex præced. Propoſit

[a] 12. 1.

recta G F æqualis eſt F B, & recta G E æqualis E D. Rursùs, quoniam tres anguli F C B, B C D, D C E [b] duobus rectis ſunt æquales, angulus verò B C D ex hypotheſi rectus eſt, reliqui igitur anguli B C F, D C E, ſimul ſumpti, ſunt æquales vni recto; ſed duo etiam anguli F C B, F B C [c] vni recto ſunt æquales: duo igitur anguli F C B, F B C ſunt æquales duobus angulis F C B, D C E; dempto communi angulo F C B, remanet angulus F B C æqualis angulo E C D, & complementum quadrantis, hoc eſt angulus F C B, [d] æquale erit angulo E D C; quapropter triangula B C F, D E C ſunt æquiangula, eritque C B, ad B F, [e] vt D C ad C E, & etiam B C ad C F erit, vt C D ad D E; ſed recta C B [f] æqualis eſt rectæ C D, erit igitur B F [g] æqualis rectæ E C, & C F æqualis E D: vnde tota E F æqualis erit aggregato ex duobus lateribus C F, F B, vel C E, E D. Et quoniam B F oſtenſa eſt æqualis F G, aggregatum ex lateribus C F, F B ad latus F B [h] erit, vt E F ad F G, cùmque oſtenſa ſit C F æqualis E D, hoc eſt, æqualis E G, erit F E ad E G, [k] vt aggregatum ex lateribus C E, E D, ad E D. Præterea, quia recta A G tranſit per centrum A figuræ, & grauitatis Sphęrę Z, & Horizonti E F perpendicularis eſt, erit A G linea directionis ſecundum quam Graue Z tendit ad commune centrum Grauium, & quia rectę D E, A G, B F ſunt inter ſe parallelæ, erit D H ad H B, [l] vt E G ad G F.



Intelligatur recta D B, vti Vectis, qui ſuſtineat Graue Z, ſuſpenſum ex puncto H; Vectis autem D B ſuſtineatur à duabus Potentijs, in D, & B applicatis ita, vt Potentia in D tanta ſit, quanta exactè ſufficiat ad ſuſtinendam illam grauitationem, qua Graue Z premit planum C D; Potentia verò in B ſit tanta, quanta præcisè ſufficiat ad ſuſtinendam illam grauitationem, qua idem Graue Z premit planum C B. Concipiatur deinde Potentia in B, vt fulcimentum, cui innititur extremum Vectis, & Potentia in D regat Vectem, de quo pendet Graue Z, vt ex puncto H; His poſitis, ex ſecunda Propoſitione momentum peculiare Grauis Z, ex H ſuſpenſi, æquale eſt Potentiæ, in D applicatæ; Sed momentum, quod habet Graue Z, ex H ſuſpenſum, reſpectu Potentiæ in D, [a] idem eſt, ac preſſio, quam Graue Z excitat in extremitate D Vectis, ſcilicet grauitatio, quam Potentia in D ſuſtinet, erit igitur Potentia in D æqualis grauitationi, quam ſuſtinet planum C D. Eodem modo, ſi ponatur potentia in D, vt fulcimentum, & Potentia in B regat Vectem D B, ex quo pendet Graue Z, demonſtrabitur Potentia in B æqualis illi grauitationi, quam planum C B ſuſtinet, hoc eſt illi grauitationi, qua Graue Z premit planum C B.

Prætereà, cùm Potentiæ in D, & B ſuſtineant Graue Z, ex puncto H ſuſpenſum, erit Potentia in B ad Potentiam in D, [m] vt D H ad H B, hoc

b 13. 1.
c 32. 1.
d 32. 1.
e 4. 6.
f Coroll. 2. ad 36. 3.
g 14. 5.
h 7. 5.
K 7. 5.
l 17. 11.
a 3. Exempl. poſt definitiones.
m Coroll. 3. ad 2. Pro. Guidubaldi de Mõte in tractat. de Vecte

eſt

eſt, [n] vt E G ad G F, & componendo, duę Potentiæ in D, & B, ſimul ſumptæ, ad Potentiam in D [o] erunt, vt E F ad F G: at duæ Potentiæ in D, & B ſimul ſumptæ [p] ſunt æquales ponderi totali Grauis Z: pondus igitur totale Grauis Z ad Potentiam in D erit, vt E F ad F G; E F autem ad F G, ex demonſtratis, eſt, vt aggregatum ex duabus rectis C F, F B ad rectam F B: Ergo pondus totale Grauis Z ad Potentiam in D [q] eſt, vt aggregatum ex duabus rectis C F, F B ad rectam F B.

Quoniam anguli F C B, B C D, D C E [r] ſunt æquales duobus rectis, & angulus B C D per hypotheſin eſt rectus, duo anguli F C B, D C E vni recto ſunt æquales; ſed angulus B C F poſitus eſt maior angulo DCE, angulus igitur D C E ſemirecto eſt minor, & angulus B C F ſemirecto maior; Vnde angulus E D C maior erit ſemirecto, & angulus F B C minor ſemirecto. Et quia angulus F C B ad angulum F B C [t] (poſito C B, vel C D vti radio) maiorem habet rationem, quàm ſinus rectus B F ad ſinum rectum C F; inuertendo, angulus F B C ad angulum FCB minorem [u] habet rationem ea, quam habet ſinus rectus C F ad ſinum rectum F B, & componendo aggregatum ex duobus angulis FBC, FCB ad angulum FCB [x] habet minorem rationem, quam habet aggregatum ex lateribus C F, F B, *ad latus B F. Sed aggregatum* ex angulis FCB, F B C [y] æquale eſt angulo recto; ergo angulus rectus ad angulum FCB, minorem habebit rationem, quam habet aggregatum ex lateribus C F, F B ad latus F B; at aggregatum ex lateribus C F, F B ad latus F B ex demonſtratis eſt, vt pondus totale Grauis Z ad Potentiam in D: Ergo angulus rectus ad angulum F C B [z] minorem rationem habet, quàm pondus totale Grauis Z ad Potentiam in D; Potentia autem in D ex dictis æqualis eſt illi grauitationi, qua Graue Z premit planum C D, angulus rectus igitur ad angulum F C B minorem rationem habet, quàm pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua Graue Z premit planum C D: Quamobrem Pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum D C, non eſt, vt angulus rectus ad angulum F C B.

Ad hæc, quia Potentiæ in D, & B ſuſtinent Graue Z, ex H ſuſpenſum, erit potentia in D ad potentiam in B, [a] vt B H ad H D, hoc eſt, [b] vt F G ad G E; & componendo, duæ Potentiæ in D, & B, ſimul ſumptæ, hoc eſt, [c] pondus totale Grauis Z ad Potentiam in B [d] erit, vt F E ad E G; ſed F E ad E G, ex demonſtratis, eſt, vt aggregatum ex duabus rectis C E, E D, ad E D; erit igitur pondus totale Grauis Z ad Potentiam in B, [e] vt aggregatum ex C E, E D, ad D E.

Demum, quia angulus E D C minor eſt recto, & oſtenſus maior angulo E C D, habebit angulus E D C ad angulum E C D [h] maiorem rationem ea, quam habet ſinus E C ad ſinum E D, & componendo, aggregatum ex duobus angulis E D C, E C D, hoc eſt, angulus rectus, ad angulum E C D [f] maiorem rationem habebit, quàm aggregatum ex duobus lateribus C E, E D ad latus D E; ſed aggregatum ex lateribus C E, E D, ad latus E D ex demonſtratis eſt, vt pondus totale Grauis Z ad Potentiam in B; angulus rectus igitur ad angulum E C D [g] maiorem rationem habet, quàm pondus totale Grauis Z ad Potentiam in B, hoc eſt ad eam grauitationem, qua Graue Z premit planum B C. Quamo-

n 11. 5.
o 18. 5.
p 4. Coroll. ad 2. Propoſ. Guidubal. de Monte in tractat. de Vecte.
q 11. 5.
r 13. 1.
t 7. Prop. 1. lib. Almageſti Ptolem. & 27 Prop. lib. 1. Bartholomæi Soueri in tract. propor. curui, ac recti
u 26. 5.
x 28. 5.
y 32. 1.
z 13. 5.
a Coroll. 3. ad 2. Propoſ. Guidubal. de Monte in tra. de Vecte.
b 11. 5.
c 4. Coroll. ad 2. Propoſ. de Vecte Guidubal. de Monte
d 18. 5.
e 11. 5.
h 7. Prop. 1. lib. Almag. Ptolemei, & 27. Prop. l. 1. Bartholomæi Soueri in tr. proport. curui, ac recti.
f 28. 5.
g 13. 5.

brem pondus totale Grauis Z ad illam grauitationem, qua premit planum BC, non eſt, vt angulus rectus ad angulum ECD. Quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM I.

Ex dictis infertur, Potentias in D, & B applicatas, æquales eſſe grauitationibus, quibus Graue Z premit plana CD, CB, hoc eſt, Potentiam in D æqualem eſſe grauitationi, quæ plano CD, & Potentiam in B grauitationi, quæ plano CB ſuſtinetur.

COROLLARIVM II.

Hoc fit etiam, vt grauitationes, quas plana CB, CD, ſuſtinent, hoc eſt, quibus Graue Z premit plana CB, CD, ſimul ſumptæ, ſint æquales ponderi totali Grauis Z. Cùm enim Potentiæ in D, & B, ex demonſtratis, ſint æquales grauitationibus, quibus Graue Z premit plana CB, CD, & Potentiæ ipſæ in D, & B, ſimul ſumptæ, per Corollarium 4. ad Propoſit. 2. Guidubaldi in tractatu de Vecte ſint æquales ponderi totali Grauis Z, grauitationes etiam, quibus Graue Z premit plana CB, CD, ſimul ſumptæ, ponderi totali Grauis Z æquales erunt, vt diximus.

COROLLARIVM III.

Ex ijs pariter, quæ demonſtrata ſunt, patet, Potentiam in D ad Potentiam in B eſſe, vt eſt grauitatio, qua Graue Z premit planum CD, ad grauitationem, qua idem Graue Z premit planum CB; oſtenſum eſt enim, Potentias in D, & B grauitationibus, quibus Graue Z ipſa plana premit, æquales eſſe.

Digitized by Google

MONITVM I.

Poſt hac, cùm mentio fiet de grauitationibus, quas ſuſtinent duo plana coeuntia, in quibus Graue collocatur, eæ grauitationes intelligantur, quibus Graue illud premit vtrunque planum, hoc eſt, vires, iĳs planis neceſſariæ ad ſuſtinendum Graue.

MONITVM II.

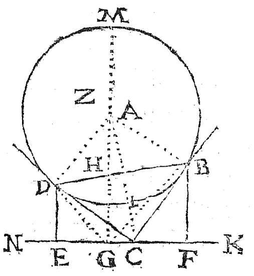
Et cùm mentio fiet de momentis liberis, quod Graue habet in duobus planis, plana illa intelligantur ſeiuncta; cùm verò mentio fiet de grauitationibus, quibus Graue duo plana premit, aut de grauitationibus, quas duo plana ſuſtinent, plana illa intelligantur coeuntia ita, vt ambo Graue ſuſtineant.

THEOR. XII. PROP. XIV.

Si Graue ſphæricum à duobus planis, ad Horizontem inæqualiter eleuatis, & in angulos rectos coeuntibus, ſuſtineatur; grauitatio, qua graue planorum vnum premit, non eſt æqualis momento libero, quod idem Graue in altero plano tunc haberet, cùm non ab vtroque plano ſuſtineretur.

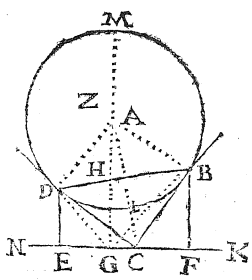
Sit Graue Sphæricum Z, quod à duobus planis DC, CB inæqualiter ad Horizontem EF eleuatis, & ad angulum rectum DCB coeuntibus ſuſtineatur.

Dico, momentum liberum Grauis Z, in ſolo plano CB, non eſſe æquale grauitationi, qua idem Graue Z (in planis concurrentibus) premit planum CD; item, momentum liberum, in ſolo plano CD, non eſſe æquale grauitationi, qua idem Graue Z premit planum CB.



Grauitatio, qua Graue Z premit planum CD, ſit æqualis, ſi fieri poteſt, momento libero, quod habet in plano CB, & grauitatio, qua premit planum CB, æqualis ſit momento libero, quod habet in plano CD. Demonſtretur, vt in Propoſit. antecedenti, perpendiculum BF æquale eſſe rectæ EC, & perpendiculum DE æquale eſſe rectæ CF. Quoniam anguli in E, & F, ſunt recti, longitudo CB a longitu- a 4. 1.

gitudini C D æqualis erit: Iam, cùm B F æqualis ſit E C, ſi addatur E D, perpendicula B F, D E, ſimul ſumpta, æqualia erunt lateribus C E,
b 20. 1. E D ſimul ſumptis, ſed latera C E, E D, ſimul ſumpta [b] maiora ſunt recta C D, perpendicula etiam B F, D E ſimul ſumpta, ipſa C D, vel C B, maiora erunt. Præthereà, quia grauitationes, quibus Graue Z premit plana CB, CD, ſimul ſumpta, ex 2. Corollario præcedentium æquales ſunt ponderi totali Grauis Z, ex hypotheſi verò dictæ grauitationes æquales ſunt momentis liberis, quæ idem Graue Z habet in planis C B, CD aggregatum igitur ex momentis liberis Grauis Z in planis C B, C D æquale eſt ponderi totali Grauis Z, & ex Prop. 8. perpẽdicula BF, DE ſimul ſumpta, æqualia ſunt longitudini C D, vel C B: atqui oſtenſa ſunt maiora; perpendicula igitur BF, DE, ſimul ſumpta maiora ſimul, & æqualia eſſent rectæ CD, vel CB, quod repugnat. Non ergo grauitatio, qua Graue Z premit planum C D, æqualis eſt momento libero, quod habet in plano C B, nec grauitatio, qua premit planum C B, æqualis eſt momento libero, quod habet in plano C D. Quod demonſtrandum proponebatur.



THEOR. XIII. PROP. XV.

Si Graue ſphæricum duobus planis decliuibus, in quemcunque angulum coeuntibus, ſuſtineatur, ex centro autem ipſius Grauis, & ex contactibus rectæ cadant ad horizontem perpendiculares; grauitationes, quibus Graue plana illa premit, ſunt in reciproca ratione cum perpendicularibus, quæ de contactibus cadunt: & pondus totale Grauis ad vnam dictarum grauitationum eſt, vt horizontalis intercepta inter proximas dictas perpendiculares ad partem eiuſdem interceptam inter perpendicularem, quæ ex centro, & eam, quæ ex contactu cadit, alternè ſumptam.

Graue ſphæricum Z, cuius centrum A, ſuſtineatur duobus planis decliuibus CI, C M, in C ad quemcunq; angulum concurrentibus, & ex contactibus D, & B, nec non ex centro A, cadant rectæ DE, AG, BF, ad Horizontem EF perpendiculares. Dico, grauitationem, qua Graue Z premit planum C I, ad grauitationem, qua premit planum C M, eſſe, vt eſt perpendicularis D E ad perpendicularem B F; rursùs, pondus totale

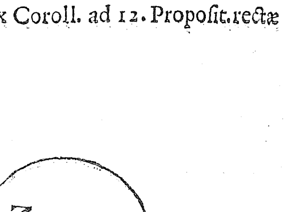
Digitized by Google

Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum CI, eſſe, vt FE ad EG;
& demum, pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit pla-
num C M, eſſe, vt E F ad F G.

Ducantur rectæ A B, A D, D B; ex Coroll. ad 12. Propoſit. rectæ DE,
A G, B F ſunt inter
ſe parallelæ, atque
in eodem cum rectis
A B, A D, D B, CB,
C D plano iacent,
quod, ſphæram Z
ſecans, efficit circu-
lum maximum D B,
quem rectę CB, CD
tangunt in punctis
B, & D, ideòque an-
guli CBA, CDA, [a] a 18. 3.
ſunt recti. Si angu-
li BCF, DCE ſunt
inter ſe ęquales, per-
pendicularis AG ex
10. Prop. congruit
cum recta A C, &

punctum G cum puncto C. Iam, cùm ſint anguli B G F, DGE æquales, b 32. 1.
anguli verò in F, & E recti, triangula B G F, D G E [b] ſunt æquiangu-
la, eritque G B ad B F, [c] vt G D ad D E, & B G ad G F erit, vt D G c 4. 6.
ad G E; ſed G B æqualis eſt G D, erit B F [d] æqualis D E, & recta G F d 14. 5.
æqualis E G; quapropter D E ad B F erit, vt E G ad C F.

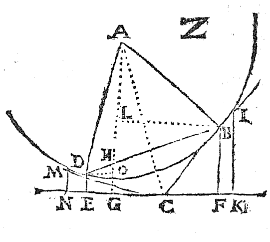
Si anguli B C F, D C E non ſunt æquales, at angulus B C F maior eſt
angulo D C E; ducatur recta A C;
ex 10. Prop. perpendicularis A G
cadit ad partes anguli acuti A C E,
cùmque rectæ A G, D E inter ſe ſint
parallelæ, punctum G cadit inter
puncta E, & C. Ex punctis B, & D de-
mittantur rectæ BL, DO [e] ad angulos e 12. 1.
rectos cum AG; illæ [f] ab EF æquidi- f 28. 1.
ſtabunt, & quadrilatera FL, EO erunt
parallelogramma, ideòq; recta E G [g]
æqualis eſt DO, & GF æqualis L B, g 34. 1.
atque erit DO ad LB, vt EG ad GF.



Præterea, quia anguli in L, G, F ſunt recti, angulus etiam [h] F B L h 34. 1.
rectus erit. Eadem ratione angulus E D O rectus eſt. Et quoniam an-
guli C B A, C D A [k] ſunt recti, erit angulus F B L æqualis angulo
C B A, & angulus E D O æqualis angulo C D A: ex æqualibus angulis K 18. 3.
F B L, C B A, dempto communi C B L, remanet angulus F B C æqua-
lis angulo L B A, & complementum, hoc eſt angulus F C B, [l] æquale l 32. 1.
complemento, hoc eſt, angulo B A L, eritque C B ad B F, [m] vt A B m 4. 6.

ad B L. Similiter; cùm ſint æquales anguli E D O, C D A, ſi dema-
n 32. 1. tur communis angulus C D O, remanet angulus E D C æqualis angulo
O D A, & complementum, hoc eſt, angulus D C E, n æquale angulo
o 4. 6. D A O, eritque E D ad D C, o vt O D ad D A. Iam verò, cùm E D ad
D C, vel C B, ſit, vt O D ad D A, vel A B, & C B ad B F ſit, vt A B
p 22. 5. ad B L, erit ex æqualitate D O ad L B, p vt D E ad B F; ſed D O ad L B
q 11. 5. eſt, vt E G ad G F, erit igitur D E ad B F, q vt E G ad G F. Hoc poſito.

In vtraque figura, quoniam rectæ D E, A G, B F, inter ſe ſunt pa-
r 17. 11. rallelæ, erit D H ad H B, r vt E G ad G F. Intelligatur recta D B, vti Vectis, ex quo pendeat Graue Z, vt ex puncto H; Vectis autem DB ſuſtineatur à duabus Potentijs, in D, & B applicatis ita, vt Potentia in D tanta ſit, quanta exactè ſufficiat ad ſuſtinendam grauitationis partem, qua Graue Z premit planum C D, & Potentia in B tanta ſit, quanta exactè ſufficiat ad ſuſtinendam eam grauitationis partẽ,



qua Graue Z premit planum C B. Concipiatur deinde Potentia in B, vti fulcimentum, cui extremum B Vectis innititur; Potentia verò in D, vti ea, quæ Vectem regit, vnde pendet Graue Z, ex 1. Coroll. ad Propoſit. 13. Potentia in D æqualis eſt grauitationis parti, qua Graue Z premit planum C D. Eodem modo, ſi ponatur Potentia in D, vti fulcimentum, Potentia verò in B, vti ea, quæ ſuſtinet Vectem D B, vnde pendet Graue Z, demonſtrabitur Potentia in B æqualis illi grauitationis parti, quam ſuſtinet planum C B. Quò fit, vt duæ Potentæ in D, & B, ſimul ſumptæ, ſint æquales grauitationibus, quas plana C B, C D ſuſtinent; eritque Potentia in B ad Potentiam in D, vt grauitatio, quam
ſuſtinet planum C B, ad grauitationem, quam ſuſtinet planum C D: ſed
s 3. Coroll. ad 2. Propoſ. Guidubal. de Monte in tract. de Vecte. Potentia in B ad Potentiam in D s eſt, vt D H ad H B, ideſt vt D E ad
B F, erit igitur grauitatio, quam ſuſtinet planum C B, ad grauitationem
quam ſuſtinet planum C D, hoc eſt grauitatio, qua Graue Z premit pla-
num C B, ad grauitationem, qua idem Graue Z premit planum C D,
t 11. 5. vt D E ad B F. Quod erat primò demonſtrandum.

Vlteriùs, quia Potentia in B ad Potentiam in D, eſt, vt D H ad H B,
u Coroll. 4. ad 2. Propoſ. Guidubal. de Vecte. vel E G ad G F, componendo, duæ Potentiæ in D, & B, ſimul ſumptæ,
ad Potentiam in D erunt, vt E F ad F G; ſed duæ Potentiæ in D, & B,
ſimul u ſumptæ, ſunt æquales ponderi totali Grauis Z, erit pondus totale

Gra-

Grauis Z ad Potentiam in D, vt E F ad F G: oſtenſa eſt Potentia in D æqualis grauitationi, qua Graue Z premit planum C D; erit igitur pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua Graue Z premit planum CD, vt EF ad F G. Eodem modo demonſtrabitur, pondus totale Grauis Z ad grauitationem, quam ſuſtinet planum C B, eſſe, vt F E ad E G. Quod oportebat oſtendere.

COROLLARIVM. I.

Ex dictis manifeſtum eſt, qualiſcunque fuerit angulus B C D, ſemper perpendicularem D E ad perpendicularem B F fore, vt E G ad G F.

COROLLARIVM II.

Ex antecedente prop. & ex coroll. ad prop. 7. deducitur, grauitationes, quibus Graue premit duo plana decliuia, in quemcunque angulum coeuntia, eſſe in reciproca ratione cum momentis liberis eiuſdem Grauis ſuper iiſdem planis decliuibus ſeiunctis.

Cùm enim C B [a] æqualis ſit rectæ C D, perpendicula B F, D E ſunt ſinus recti angulorum F C B, E C D; & quia ex Coroll. ad Prop. 7. momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C B ad momentum liberum eiuſdem Grauis Z in ſolo plano C D eſt, vt ſinus anguli F C B ad ſinum anguli E C D, ideſt, vt B F ad D E, oſtenſum eſt autem in antecedente Propoſitione B F ad D E eſſe, vt eſt grauitatio, qua Graue Z premit planum C D, ad grauitationem, qua Graue Z premit planum C B, erit idcircò grauitatio, qua Graue Z premit planum C D, ad grauitationem, qua premit planum C B, [b] vt momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C B ad momentum liberum eiuſdem Grauis Z in ſolo plano C D, vt dictum fuit.

a 2. Coroll. ad 36. 3.

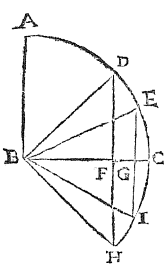
b 11. 5.

LEMMA III. PROP. XVI.

In circuli quadrante, ſinus maioris anguli maior eſt ſinu minoris anguli.

In quadrante A B C ſit angulus D B C maior angulo E B C. Dico, ſinum rectum D F ſinu recto E G maiorem eſſe.

Intelligantur protractæ rectæ D F, E G, donec incidant in arcum A C
productum, vt in H,& I, & ducantur radij
B H, B I; Quoniam anguli in F, & G
ex hypotheſi ſunt recti, erit recta [a] F H
a 3. 3. æqualis F D, & G I æqualis E G. Con-
ſiderentur triangula B F D, B F H, in
quibus duo latera H B, B F æqualia ſunt
duobus lateribus DB,BF,baſis HF oſtenſa
eſt æqualis baſi D F, erit angulus H B F,
b 8. 1. æqualis [b] angulo D B F. Eodem modo
oſtendetur, angulum E B G æqualem
eſſe angulo I B G. Quoniam verò an-
gulus C B D poſitus eſt maior angulo
C B E, totus angulus H B D maior erit
angulo I B E, cùmque latera H B, B D
c 24. 1. æqualia ſint lateribus I B, B E, erit [c] baſis H D, maior baſi I E, &
dimidia pars F D maior dimidia parte G E. Quod erat oſtendendum.



COROLLARIVM.

Ex demonſtratis facilè deducitur, ſi angulus DBC maior ſit angulo EBC, ſinum DF cadere inter puncta B, & G.

Cùm enim anguli in F, & G ſint recti, quadratum à recta B D
d 47. 1. *æquale* [d] *eſt quadratis à rectis B F, F D, & quadratum à recta B E
æquale eſt quadratis à rectis B G, G E: quia verò rectæ B D, B E
ſunt inter ſe æquales, quadrata à rectis B F, F D æqualia erunt quadratis à rectis BG, G E: ſed latus D F ex præcedenti Propoſit. maius eſt latere E G, erit igitur quadratum à latere B G maius quadrato à latere B F, atque ideò recta B G maior recta B F. Quapropter punctum F cadit inter puncta B, & G; vt dictum fuit.*

LEMMA IV. PROP. XVII.

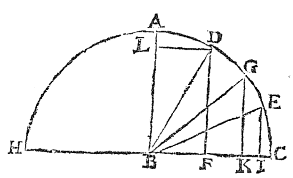
In circuli quadrante, aggregatum ex duobus ſinibus rectis duorum angulorum, qui ſimul ſumpti non ſint minores vno recto, maius eſt radio.

In quadrante A B C ſint primo loco E I, D F ſinus duorum angulorum E B C, D B C, qui ſimul ſumpti, ſint æquales angulo recto A B C;

erunt

erunt duo arcus CE, CD, [a] æquales quadranti A D C. Dico, aggregatum ex ſinibus E I, D F maius eſſe radio A B. (a 26. 3.)

Per punctum D agatur D L [b] parallela rectæ B C; erit D F [c] æqualis L B. (b 31. 1. c 34. 1.) Compleatur ſemicirculus C A H. Quoniam duo arcus C E, C D, ſimul ſumpti, ſunt æquales arcui C A, dempto communi arcu C D, remanet arcus C E æqualis arcui D A; quocirca ſinus verſus I C æqualis [d] erit ſinui verſo A L. (d Lem. 1. poſt 16. Prop. 12.) Præterea, cùm recta E I ſupponatur perpendicularis ad H C, erit E I [e] media proportionalis inter duas H I, I C, eritque H I ad E I, vt E I ad I C, (e 13. 6.) ſed H I, cùm maior ſit H B, vel B E, maior eſt recta quoque E I, erit E I [f] maior I C, hoc eſt maior A L: maiori E I addatur D F, minori verò A L addatur L B, (f 14. 5.) conſurget aggregatum ex ſinibus E I, D F, maius radio AB, quod primò erat oſtendendum.



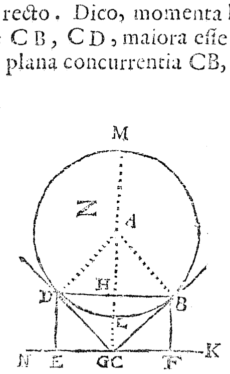
Rursùs ponatur, rectas G K, D F eſſe ſinus rectos angulorum C B G, C B D, qui ſimul ſumpti, maiores ſint angulo recto A B C; arcus C G, C D, [g] ſimul ſumpti, quadrante A C maiores erunt. Dico, aggregatum ex ſinibus G K, D F, radio A B maius eſſe. (g Coroll. ad 26. 3.)

Quoniam arcus C G, C D, ſimul ſumpti, maiores ſunt arcu A C, dempto communi arcu D C, remanet arcus C G maior arcu A D, fiat angulus C B E [h] æqualis angulo A B D, (h 23. 1.) erit arcus C E [k] æqualis arcui A D; (K 26. 3.) ex puncto E [l] demittatur recta E I perpendicularis ad B C, erit arcus C E minor arcu C G, & ex Prop. 16. ſinus E I minor erit ſinu G K: (l 12. 1.) quamobrem aggregatum ex duobus ſinibus D F, G K maius erit aggregato ex duobus D F, E I. Quia demum arcus C E æqualis eſt ex conſtructione arcui A D, addatur vtrique arcus D C, erunt duo arcus C E, C D æquales arcui A C, hoc eſt, duo anguli C B E, C B D, ſimul ſumpti, æquales erunt recto A B C, & ex demonſtratis in prima parte, aggregatum ex ſinibus D F, E I maius eſt radio A B: oſtenſum eſt autem aggregatum ex ſinibus D F, G K maius aggregato ex duobus D F, E I; aggregatum igitur ex ſinibus D F, G K multò maius eſt radio A B. Quod erat demonſtrandum.

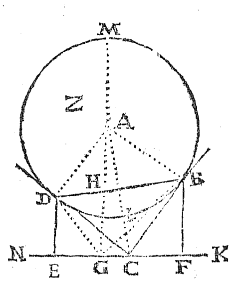
THEOR. XIV. PROP. XVIII.

Si Graue duobus planis decliuibus, in angulum recto non maiorem, coeuntibus, ſuſtineatur, momenta libera illius Grauis in ijs planis, ſeorſim conceptis, maiora ſunt grauitationibus, quibus Graue ipſum eadem plana coeuntia premit.

Suſtineatur Graue Z duobus planis decliuibus C B , C D , ita coeuntibus in C, vt angulus B C D non maior ſit recto . Dico, momenta libera , quæ habet Graue Z in planis ſeiunctis C B , C D , maiora eſſe grauitationibus, quibus ipſum Graue Z premit plana concurrentia CB, CD.



Intelligatur facta eadem conſtructio Propoſit. 15. & oſtendatur , vt ibi , D E ad BF eſſe, vt E G ad G F; componendo, aggregatum ex duabus D E, B F ad
a 18 5. rectam B F [a] erit, vt E E ad F G, & per conuerſionem rationis aggregatum ex duabus D E , B F ad rectam D E , erit,
b Coroll. ad 19. 5. vt [b] FE ad EG. Quoniam angulus BCD ex hypotheſi non maior eſt recto , duo anguli B C F, D C E, ſimul ſumpti, vno recto non ſunt minores ; vnde eorum ſinus recti B F , D E , ex antecedente Propoſitione ſimul ſumpti , maiores ſunt radio C B , vel C D ; ſumptis itaque B F , vel D E , vti tertia quantitate , aggregatum è duabus D E , B F ad rectam B F , vel D E , [d] maio-
d 8. 5. rem habebit rationem , quàm CB ad B F, vel C D ad D E ; & quoniam aggregatum è duabus rectis D F, B F ad rectam B F ex demonſtratis eſt , vt E F ad F G , habebit E F ad FG ma-
e 13. 5. iorem rationem [e] quàm C B ad B F: ſed ex 15. Propoſit. E F ad F G eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem , qua premit planum C D, habebit pondus totale Grauis Z ad grauitationem , qua premit planum
f 13. 5. C D , [f] maiorem rationem , quàm C B ad B F; C B verò ad B F ex 7. Propoſit. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum , quod habet in ſolo plano C B, habebit igitur pondus totale Grauis Z ad grauitationem , qua premit planum C D,
g 13. 5. maiorem rationem , [g] quàm habet pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum liberum in ſolo plano C B : quamobrem momentum liberũ
h 10. 5. Grauis Z in plano CB [h] maius eſt grauitatione, qua premit planum C D.



Præterea , quia aggregatum ex duabus B F , D E ad rectam D E, ex demonſtratis, eſt , vt F E ad E G , oſtenſum eſt autem aggregatum ex duabus B F, D E ad rectam DE maiorem habere rationem , quàm ha-
K 13. 5. bet C D ad D E, habebit F E ad E G [k] maiorem rationem , quàm C D ad D E ; ſed ex 15. Propoſit. F E ad E G eſt , vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem , qua premit planum C B , habebit pondus totale Gra-
l 13. 5. uis Z ad grauitationem , qua premit planum C B [l] maiorem rationem , quàm C D ad D E ; at C D ad D E ex 7. Propoſit. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum , quod habet in ſolo plano C D ,

habebit

habebit igitur pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, [m] maiorem rationem, quàm habet pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum liberum in ſolo plano C D: Quamobrem momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C D [n] maius eſt grauitatione, qua premit planum C B; oſtenſum eſt momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C B maius eſſe grauitatione, qua premit planum C D: momenta igitur libera Grauis Z in planis ſeiunctis C B, C D maiora ſunt grauitationibus, quibus Graue Z premit plana C B, C D, in C concurrentia. Quod proponebatur oſtendendum.

m 13. 5.
n 10. 5.

COROLLARIVM.

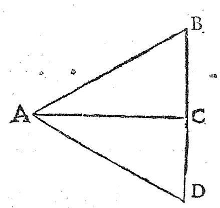
Quoniam ex coroll. 2. ad 13. prop. grauitationes, quibus Graue Z premit plana concurrentia C B, C D, ſimul ſumptæ, æquantur ponderi totali eiuſdem Grauis Z, manifeſtum erit, cùm angulus BCD, vel rectus eſt, vel minor recto, aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis ſeiunctis CB, CD, maius eſſe pondere totali Grauis Z.

LEMMA V. PROP. XIX.

Si in triangulo rectangulo alter ex angulis acutis tertia pars fuerit vnius recti, latus, quo ſubtenditur, dimidium eſt lateris, angulum rectum ſubtendentis.

In triangulo A B C, angulus A C B ſit rectus, & angulus B A C ſit tertia pars vnius recti. Dico, latus B C dimidium eſſe lateris A B.

Producatur B C, & fiat recta C D [a] æqualis ipſi B C, ducaturque A D. Quoniam duo latera A C, C D æqualia ſunt duobus lateribus A C, C B, anguli verò in C ſunt recti, erit baſis A D [b] æqualis baſi A B, angulus CAD æqualis angulo CAB, & angulus B angulo D; cùm autem angulus CAB ex hypotheſi ſit tertia pars vnius recti, erit angulus D A B duæ tertiæ partes vnius recti. Præterea, quia angulus C A B eſt tertia pars vnius recti, erit angulus A B C, vel A D C [c] duæ tertiæ partes vnius recti, ideòque tres anguli B A D, A B D, A D B ſunt inter ſe æquales; quare latera A B, B D, D A [d] ſunt inter ſe æqualia, ſed latus D B per



a 3. 1.
b 4. 5.
c 32. 1.
d 6. 1.

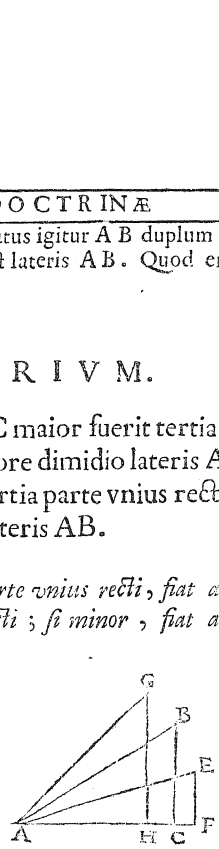
con-

conſtructionem duplum eſt lateris B C, latus igitur A B duplum eſt lateris B C, hoc eſt latus B C dimidium eſt lateris A B. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Ex dictis patet, ſi angulus BAC maior fuerit tertia parte vuius recti, rectam BC maiorem fore dimidio lateris AB; ſi verò angulus BAC minor fuerit tertia parte vnius recti, rectam BC minorem fore dimidio lateris AB.

Si angulus B A C maior eſt tertia parte vnius recti, fiat angulus
a 23. 1. *F A E* [a] *æqualis tertiæ parti vnius recti; ſi minor, fiat angulus H A G æqualis tertiæ parti vnius recti: fiant rectæ AG, AE, æquales ſingulæ ipſi AB, & ex punctis*
b 12. 1. *G, & E* [b] *demittantur perpendiculares G H, E F. Quoniam radij A B, A G, A E ſunt inter ſe æquales, rectæ G H, B C, E F erunt ſinus recti angulorum G A H, B A C, E A F; itaque, ſi ponitur angulus B A C maior tertia parte vnius recti, cùm angulus EAF æqualis ſit tertiæ parti vnius recti, ſinus B C ex 16. Prop. maior erit ſinu F E; ſed F E ex anteced. Propoſit. æqualis eſt dimidio rectæ A E: erit igitur B C maior dimidio rectæ A E, hoc eſt, rectæ A B. Si deinde ponitur angulus B A C minor tertia parte vnius recti, cùm angulus H A G per conſtructionem æqualis ſit tertiæ parti vnius recti, ſinus GH per 16. Prop. maior erit ſinu BC, ſed G H ex anteced. Prop. eſt dimidium rectæ A G, erit igitur B C minor dimidio rectæ A G, vel A B, vt dictum fuit.*

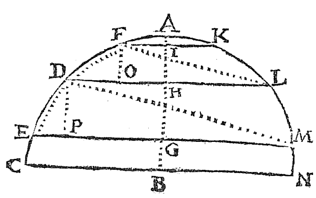


LEMMA VI. PROP. XX.

Si in quadrantis circuli peripheria duo contigui arcus æquales accepti fuerint, è quorum extremitatibus rectæ quædam lineæ ducantur ad angulos rectos cum vno radio-

rum; partium radij, inter ipſas perpendiculares intercepta-rum, propinquior quidem centro quadrantis, remotiore maior eſt.

In circumferentia A D C quadrantis A B C aſſumantur duo quicunque contigui arcus æquales, vt F D, D E, & ab eorum extremitatibus F, D, E ducantur rectæ E G, D H, F I ad angulos rectos cum radio A B. Dico, partem G H, quæ propinquior eſt centro B, maiorem eſſe remotiore H I.



Compleatur ſemicirculus C A N, & rectæ D H, E G, F I protrahantur, donec concurrant cum arcu A N, vt in M, L, & K. Ex punctis F, & D demittantur rectæ F O,
D P [a] perpendiculares ad rectas L D, M E, ducanturque rectæ F L, D M: a 12. 1.
quoniam rectæ M E, L D, K F ſunt ad angulos rectos cum radio A B,
inter ſe erunt [b] parallelæ, eritque M G [c] æqualis G E, L H æqualis b 28. 1.
H D, & K I æqualis I F; Item cùm rectæ F O, D P ex constructione c 3. 3.
ſint ad angulos rectos cum rectis L D, M E, ipſi A B erunt [d] parallelæ: d 28. 1.
quocirca quadrilatera P H, O I ſunt parallelogramma, eritque P G
æqualis [e] rectæ D H, & O H æqualis rectæ F I, quemadmodum etiam e 34. 1.
P D æqualis erit H G, & F O æqualis H I. Ducantur rectæ E D, D F.
Quoniam anguli E D M, D F L ſunt in minoribus circuli ſegmentis eo-
rum quiſque maior eſt recto; quapropter tam angulus F D L, quàm an-
gulus D E M, [g] recto eſt minor, & perpendiculares F O, D P cadunt
ad partes angulorum F D H, D E G, hoc eſt F O inter puncta D, & H, g 32. 1.
& perpendicularis D P inter puncta E, & G: D H itaque, hoc eſt, P G
maior erit recta O H. Iam verò, cùm ex hypotheſi diſtantia B G minor
ſit, quàm diſtantia B H, recta E M [k] maior erit D L, & dimidia G M
maior erit dimidia H L; ſed oſtenſa eſt P G maior O H, erit igitur P M K 15. 3.
maior O L. Demum, quia arcus E D, D F per hypotheſin ſunt æquales,
angulus E M D [l] æqualis erit angulo D L F; anguli autem in P, & O l 27. 3.
ſunt recti, triangula igitur D P M, F O L [m] ſunt æquiangula, & P M
ad D P erit, [n] vt L O ad O F; ſed P M oſtenſa eſt maior recta O L, m 32. 1.
erit idcircò D P, [o] vel H G maior O F, ideſt H I. Quod erat demon- n 4. 6. o 14. 5.
ſtrandum.

LEMMA VII. PROP. XXI.

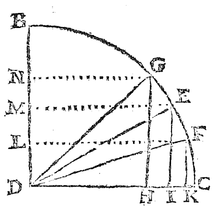
In circuli quadrante, ſinus recti duorum arcuum, vel angulorum, quorum alter tantò minor ſit tertia parte vnius

recti,

recti, quantò alter eſt maior, ſimul ſumpti, radio ſunt minores.

In quadrante B D C, angulus C D E ſit tertia pars recti, & angu lus C D F ſit tanto minor angulo C D E, quantò maior eſt angulus C D G eodem angulo C D E; ex punctis G, E, F, cadant G H, E I, F K perpendiculares ad rectam C D; illæ erunt ſinus recti angulorum G D C, E D C, F D C. Dico, rectas G H, F K, ſimul ſumptas, radio D C, vel D B minores eſſe.

a 12. 1. Ex punctis F, E, G, ducantur rectæ F L, E M, G N [a] ad angulos re-
b 28. 1. ctos cum radio DB; [b] eæ erunt parallelæ radio C D. Quia pariter rectæ
F K, E I, G H perpendiculares ſunt
c 28. 1. ad C D, parallelæ [c] erunt radio BD;
quapropter quadrilatera L K, M I,
d 34. 1. N H ſunt parallelogramma, eritque
latus D L [d] æquale lateri F K, latus
M D ęquale lateri E I, & D N ęquale G H. Quoniam verò angulus CDF
tantò minor eſt angulo C D E, quantò maior eſt angulus C D G eodem
angulo C D E, erit angulus F D E æqualis angulo E D G, & arcus F E
e 27. 3. æqualis [e] arcui E G, atque ex præced. Prop. recta L M maior eſt M N.
Demum, quia per hypotheſin angulus C D E eſt tertia pars vnius recti, ex 19. Propoſit. recta I E, hoc eſt, M D eſt dimidia radij D E, vel D B, ideòque recta D M æqualis eſt rectæ M B: L M oſtenſa eſt maior M N, erit D L, vel K F, minor N B; addatur vtrique recta H G, vel D N, duæ rectæ K F, H G, ſimul ſumptæ, minores erunt radio D B, hoc eſt, minores recta D G, vel D F. Quod erat demonſtrandum.



LEMMA VIII. PROP. XXII.

In circuli quadrante aggregatum ex ſinibus duorum angulorum, qui ſimul ſumpti, minores ſint duabus tertijs partibus vnius recti, hoc eſt, ſextante, radio minus eſt.

In quadrante ABC, ſint FI, E L ſinus recti angulorum FBC, EBC, qui ſimul ſumpti, minores ſint angulo CBD; ſupponitur verò angulus CBD æqualis duabus tertijs partibus vnius recti, quare C D erit ſexta pars totius circuli circunferentiæ. Dico, duos ſinus F I, E L, ſimul ſumptos, radio B E, vel B F minores eſſe.

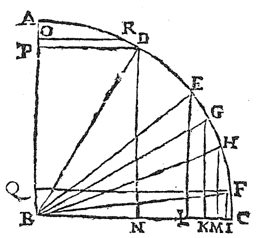
a 30. 3. Diuidatur arcus C D [a] bifariam in G, ducaturque recta B G; erit
angulus G B C, vel G B D tertia pars vnius recti. Quoniam arcus C F, C E, ſimul ſumpti, minores ſunt arcu C D, dempto vtrinque arcu C E, remanet arcus C F minor arcu E D. Præterea, quia arcus C G ex con-

ſtructio-

ſtructione æqualis eſt arcui G D, ſi ex arcu C G dematur arcus C F, ex arcu verò G D arcus D E, remanet arcus F G maior arcu G E.

Iam fiat arcus G H [b] arcui E G æqualis, & ducatur B H. Punctum H inter puncta F, & G incidet. Ex puncto H [c] agatur recta HM ad angulos rectos cum CB, recta H M ex 16. Prop. & ſuo Coroll. cadit inter puncta B, & I, & maior erit recta F I, vnde duæ E L, H M, ſimul ſumptæ, maiores erunt duabus EL, F I, ſimul ſumptis. Quia verò arcus H G æqualis eſt arcui G E, anguli H B G, G B E ſunt inter ſe æquales, eritque angulus C B H tantò minor angulo C B G (qui eſt tertia pars vnius recti) quantò maior eſt angulus C B E eodem angulo C B G, & ex præced. Propoſit. duæ rectæ E L, H M, ſimul ſumptæ, radio B E ſunt minores: at duæ rectæ E L, H M, ſimul ſumptę, ſunt maiores duabus E L, F I; duę rectæ igitur E L, F I, ſimul ſumptæ, multò minores ſunt radio B E, vel B F. Quod oportebat oſtendere.

b 23. 1.
c 12. 1.



LEMMA IX. PROP. XXIII.

In circuli quadrante, duo ſinus recti reperiri poſſunt, ita, vt, ſiue eorum aggregatum æquale ſit radio, ſiue minus, ſiue maius, arcus, vel anguli ipſorum ſinuum, ſimul ſumpti, ſextante quidem maiores, quadrante verò ſint minores.

Exponatur quadrans A B C, & arcus C D ſit ſexta pars totius circuli circunferentiæ. Dico, in quadrante A B C reperiri poſſe duos ſinus rectos, ita, vt ſiue aggregatum ex ijs, ſit ęquale, ſiue maius, ſiue minus radio, arcus ipſorum ſinuum, ſimul ſumpti, ſextante ſint maiores, & minores quadrante.

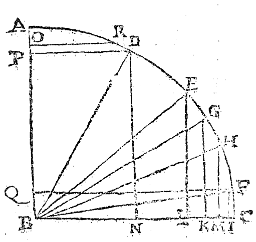
Ex puncto D ducantur rectæ D N, D P [a] ad angulos rectos cum radijs B C, B A, fiat B Q [b] æqualis rectæ A P. Per punctum Q agatur recta Q F [c] parallela rectæ B C, quæ cum arcu A D C in puncto aliquo F concurret; Ex puncto F demittatur FI [d] perpendicularis ad rectam BC, erit F I æqualis Q B, vel A P, & cùm recta D N [f] æqualis ſit P B, duo ſinus F I, D N, ſimul ſumpti, æquales erunt radio A B. Rurſus, quia arcus D C eſt ſexta pars totius peripheriæ circuli, duo arcus C F, C D ſextante C D maiores erunt. Dico, duos arcus C F, C D, ſimul ſumptos, quadrante C A minores eſſe.

a 12. 1.
b 3. 1
c 31. 1.
d 12. 1.
e 34. 1.
f 34. 1.

Si non ſint minores, vel æquales erunt, vel maiores quadrante C A; vtroque caſu, ex Prop. 17. aggregatum ex ſinibus F I, D N maius eſt radio, quod eſt contra conſtructionem: non igitur arcus C F, CD, ſimul

Digitized by Google

ſumpti, ſunt æquales, vel maiores quadrante A C, deòque minores erunt. Quamobrem adinuenti ſunt duo ſinus FI, D N, qui, ſimul ſumpti, æquales ſunt radio A B, eorumque arcus C F, C D, hoc eſt, anguli CBF, C B D, ſimul ſumpti, maiores quidem ſextante, minores verò ſunt quadrante.



Denuò in eadem figura, aſſumatur in arcu A D punctum quodcunque R, ex quo ducatur recta R O ad angulos rectos cum A B; fiat
g 3. 1. verò B Q [g] æqualis A O, & ex
puncto Q [h] ducatur Q F parallela
h 31. 1. rectæ B C, quæ in arcum A C pun
K 12. 1. cto aliquo F incidet. Ex puncto F [k] ducatur F I ad angulos rectos cum
l 34. 1. B C; erit F I [l] æqualis B Q, vel A O. Et quoniam D N æqualis eſt B P, duo ſinus F I, D N, æquales erunt duabus rectis A O, B P, ideòq; aggregatum ex ſinibus F I, D N minus erit radio A B. Ad hæc, quia arcus C D eſt ſexta pars totius peripheriæ circuli, duo arcus C F, C D maiores erunt ſextante. Dico, eoſdem arcus C F, C D, ſimul ſumptos, quadrante A C minores eſſe.

Si non ſunt minores, aut æquales erunt, aut maiores quadrante A C; in vtraque hypotheſi, ex Propoſit. 17. aggregatum ex ſinibus F I, D N, maius eſt radio, quod eſt contra conſtructionem: non igitur arcus C F, C D ſunt maiores, nec æquales, ſed minores quadrante A C; quapropter reperti ſunt duo ſinus F I, D N, qui ſimul ſumpti; minores ſunt radio A B; & duo arcus C F, C D, vel anguli C B F, C B D, ſimul ſumpti maiores ſunt ſextante, & minores quadrante.

Denique ex dictis in prima parte, reperiatur ſinus F I æqualis AP, ita, vt duo ſinus F I, D N, ſimul ſumpti, ſint æquales radio A B. Fiat deinde arcus C G æqualis arcui A D, & in arcu F G ſumatur punctum quodlibet H, ex quo [m] cadat H M perpendicularis ad B C, ducaturque recta
m 12. 1. B H. Quoniam angulus C B H maior eſt angulo C B F, ſinus H M maior erit FI, ideòque duo ſinus D N, H M maiores ſunt duobus D N, F I; ſed D N, F I ex conſtructione ſunt æquales radio A B, duo igitur ſinus D N, H M, radio A B ſunt maiores. Rursùs, quia arcus CD eſt ſextans circuli, duo arcus C H, C D ſextante ſunt maiores. Præterea, cùm arcus C H per conſtructionem minor ſit arcu CG, arcus autem C G æqualis arcui A D, erit arcus C H minor arcu A D; vtrique addatur arcus C D, duo arcus C H, C D minores erunt quadrante C A. Quocirca adinuenti erunt duo ſinus H M, D N, qui ſimul ſumpti, maiores ſunt radio A B, eorumque arcus C H, C D, vel anguli C B H, C B D ſextante ſunt maiores, & minores quadrante. Quod fuit propoſitum.

COROLLARIVM.

Ex demonſtratis manifeſtum eſt, quòd cùm in quadrante duo arcus, vel anguli, recto quidem angulo ſunt minores, ſed duobus tertijs partibus vnius recti maiores, tunc ſinus recti eorundem arcuum, vel angulorum, ſimul ſumpti, aut æquales, aut maiores, aut minores eſſe poſſunt.

LEMMA X. PROP. XXIV.

Si in circuli quadrante duo inæquales ad centrum anguli, ſimul ſumpti, ſextanti æquales fuerint, minor eorum, tantò tertia parte eſt minor vnius recti, quantò maior, eſt maior.

In quadrante A C ſint inæquales anguli C B H, C B E ad centrum B, qui, ſimul ſumpti, ſint æquales angulo C B D, qui eſt ſextans; angulus verò C B G ſit dimidium anguli C B D, hoc eſt, ſit tertia pars vnius recti. Dico, angulum C B H tantò minorem eſſe angulo C B G, quantò maior eſt angulus C B E eodem angulo C B G. Inſpiciatur Figura præcedens.

Quoniam anguli C B H, C B E, ſimul ſumpti, ſunt æquales angulo C B D, duo arcus C H, C E, ſimul ſumpti, ſunt æquales ſextanti C D, dempto vtrinque arcu E C, remanet arcus C H arcui D E æqualis. Iam verò, cùm anguli C B G, G B D ex conſtructione ſint æquales, arcus etiam C G, G D [a] æquales erunt, ex quibus ſi æquales demantur arcus D E, C H, remanet arcus E G æqualis arcui G H, & angulus E B G æqualis [b] erit angulo G B H: Quamobrem angulus C B H tantò eſt minor angulo C B G, qui tertia pars eſt vnius recti, quantò angulus C B E eſt maior. Quod oſtendendum erat.

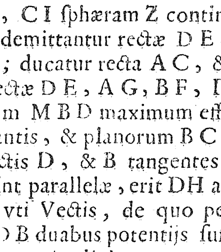
a 26. 3.
b 27. 3.

THEOR. XV. PROP. XXV.

Si duo plana decliuia, in angulum, duabus tertijs partibus duorum rectorum æqualem, coeuntia, Graue ſphæricum ſuſtineant, anguli verò eleuationum ſint æquales inter ſe, momenta libera, quæ Graue illud habet in ipſis planis, ſeorſum ſumptis, æqualia ſunt grauitationibus, quibus ipſum Graue (in planis coeuntibus) premit ea plana: ſi verò anguli eleuationum non ſint inter ſe æquales, aggregatum ex momentis liberis, quæ Graue illud habet in ijs planis, ſeor-

ſum ſumptis, minus eſt, quàm aggregatum ex grauitationibus, quibus idem Graue plana ipſa coeuntia premit, hoc eſt, minus, quàm pondus totale Grauis.

Suſtineatur Graue Z, cuius centrum A, duobus planis B C, C D, ad Horizontem N K eleuatis, & in angulum I C M, qui æqualis ſit angulo hexagoni, hoc eſt graduum 120. coeuntibus. Dico, ſi anguli ICK, MCN inter ſe ſint æquales, momenta libera, quæ Graue Z habet in planis CI, CM, ſeorſum ſumptis, æqualia eſſe grauitationibus, quibus Graue Z premit plana C I, C M, hoc eſt, æqualia eſſe ponderi totali Grauis Z: ſi verò anguli I C K, M C N non ſint æquales, aggregatum ex momentis liberis, quæ habet Graue Z in planis ſeiunctis CI, C M, minus eſſe, quàm pondus totale Grauis Z.



Sint D, & B contactus, vbi plana C M, C I ſphæram Z contingunt; ex punctis D, & B, atque ex centro A, [a] demittantur rectæ D E, B F, A G perpendiculares ad Horizontem N K; ducatur recta A C, & connectatur D B. Per Coroll. ad Prop. 12. rectæ D E, A G, B F, D B in vno ſunt plano, quod productum, circulum M B D maximum efficit in ſphæra, communeſque ſectiones plani ſecantis, & planorum B C, C D ſunt rectæ C B, C D, circulum B D punctis D, & B tangentes. Iam verò, cùm rectæ D E, A G, B F inter ſe ſint parallelæ, erit DH ad HB, vt [b] E G ad G F. Intelligatur recta D B, vti Vectis, de quo pendeat Graue Z, vt ex puncto H; Vectis autem D B duabus potentijs ſuſtineatur, in D, & B applicatis, quæ tantæ ſint magnitudinis, quanta exactè ſufficiat ad ſuſtinendas grauitationes, quibus Graue Z premit plana CD, C B; Potentia in B ad potentiam in D [c] erit, vt D H ad H B, ideſt, [d] vt E G ad G F.

a 12. 1.

b 17. 11.

c Coroll. 3. ad 2. Prop. Guidubal. de Mõte in tract. de Vecte.

d 11. 5.

Ponatur primò angulus B C F æqualis angulo D C E. Dico, momenta libera Grauis Z, in planis C B, C D ſeiunctis, æqualia eſſe grauitationibus, quibus Graue Z premit plana coeuntia C B, C D, hoc eſt, momenta illa libera, ſimul ſumpta, æqualia eſſe ponderi totali Grauis Z.

Quoniam anguli F C B, E C D ſunt inter ſe æquales; ex 10. Propoſit. perpendicularis A G congruit cum recta A C, triangula B C F, D C E ſunt [e] æquiangula, eritque C B ad B F, [f] vt C D ad D E, item B C ad C F, vt D C, ad C E; ſed tangentes C B, C D [g] inter ſe ſunt æquales, erit igitur B F [h] æqualis D E, & F C æqualis C E. Quoniam autem ex dictis potentia in B ad potentiam in D eſt, vt E G ad G F, cùm E G ipſi G F ſit æqualis, potentia in B potentiæ in D erit æqualis; at ex Coroll. 3. ad Propoſ. 13. potentia in B ad potentiam in D eſt, vt grauitatio, qua Graue Z premit planum C B ad grauitationem, qua idem Graue Z

e 32. 1.

f 4. 6.

g Corol. ad 36. 3.

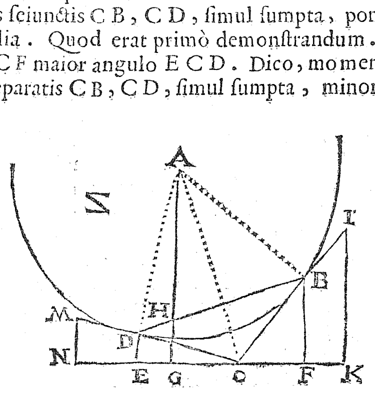
h 14. 5.

pre-

premit planum C D, grauitationes igitur, quibus Graue Z premit plana C B, C D, ſunt inter ſe æquales. Vlterius, quia tres anguli F C B, B C D, D C E k ſunt duobus rectis æquales, angulus verò B C D ex hypotheſi æqualis eſt duabus tertijs partibus duorum rectorum, duo anguli F C B, E C D æquales erunt tertiæ parti duorum rectorum: ſed anguli F C B, E C D ſunt inter ſe æquales, tam angulus igitur F C B, quàm angulus E C D tertia pars erit vnius recti, & ex Prop. 19. B F erit dimidia pars rectæ B C, & D E dimidia rectæ C D; cùmque rectæ C B, C D ſint æquales, duæ F B, E D, ſimul ſumptæ, æquales erunt longitudini C B, vel C D. Cùm itaque ex demonſtratis D E ſit æqualis F B, & E C æqualis C F, erit D E ad B F, vt E C ad C F; & componendo, aggregatum ex duabus D E, B F l ad rectam B F erit, vt E F ad F C: hoc eſt, vt E F ad F G; ſed aggregatum ex duabus D E, B F æquale eſt rectæ C B, erit E F ad F G, vt C B ad B F; at E F ad F G, ex 15. Propoſit. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua Graue Z premit planum C D; C B verò ad B F, ex Prop. 7. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C B; erit igitur pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua Graue Z premit planum C D, vt m pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C B: quamobrem grauitatio, qua Graue Z premit planum C D, n æqualis eſt momento libero, quod habet Graue Z in ſolo plano C B. Eodem modo demonſtrabitur, grauitationem, qua Graue Z premit planum C B, æqualem eſſe momento libero, quod habet Graue Z in ſolo plano C D; quapropter momenta libera Grauis Z in planis ſeiunctis C B, C D æqualia ſunt grauitationibus, quibus Graue Z premit plana C B, C D: ſed grauitationes, quibus Graue Z premit pla~~num~~ C D =na CB ex Coroll. 2. ad Prop. 13. componunt pondus totale Grauis Z: momenta igitur libera Grauis Z in planis ſeiunctis C B, C D, ſimul ſumpta, ponderi totali Grauis Z ſunt æqualia. Quod erat primò demonſtrandum.

K 13. 1.
l 18 5.
m 11. 5.
n 9. 5.

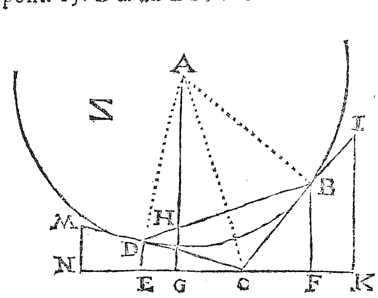
Ponatur deinde angulus B C F maior angulo E C D. Dico, momenta libera Grauis Z, in planis ſeparatis C B, C D, ſimul ſumpta, minora eſſe pondere totali Grauis Z.



Quoniã angulus B C D ex hypotheſi eſt duæ tertiæ partes duorum rectorum, reliqui anguli B C F, D C E o ſimul ſumpti, æquales erunt tertiæ parti duorum rectorum, hoc eſt, æquales duabus tertijs partibus vnius recti, & ex Prop. 24. cùm anguli B C F, D C E ſint inæquales, minor D C E tantò minor erit tertia parte vnius recti, quantò angulus B C F eſt maior, atque per Propoſit. 21. aggregatum ex perpendiculis D E, B F, ſimul ſumptis, minus eſt recta C B, vel C D: ſum-

o 3 1.

pta B F, vti tertia quantitate, aggregatum ex duabus D E, B F ad re-
p 8. 5. ctam B F p minorem rationem habebit, quàm C B ad eandem B F. Hoc
poſito. Per Coroll. 1. ad Propoſit. 15. D E ad B F, eſt, vt E G ad G F; componendo, aggregatum è duabus D E, B F
q 18. 5. ad rectam B F q erit, vt E F ad F G; ſed aggregatum ex D E, B F habet ad BF, ex demonſtratis, minorem rationem, quàm C B ad B F,
r 13. 5. habebit EF ad F G r minorem rationem, quàm C B ad B F, at ex citata Propoſit. 15. E F ad F G eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C D; C B verò ad B F ex Prop. 7. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C B: habebit igitur pondus totale Grauis Z ad gra-
ſ 13. 5. uitationem, qua Graue Z premit planum C D, ſ minorem rationem, quàm habet pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano CB; quamobrem momentum liberum Grauis
t 10. 5. Z in plano CB t minus eſt grauitatione, qua Graue Z premit planum CD.



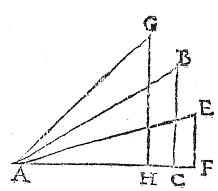
Rursùs, quia ex dictis D E ad B F eſt, vt E G ad G F, inuertendo B F ad D E erit, vt F G ad G E, & componendo, aggregatum ex B F, D E, ad D E erit, vt F E ad E G. Vlteriùs, cùm rectæ B F, D E ſimul ſumptæ, ſint minores C D, ſumpta D E, vti tertia quantitate, aggrega-
x 8. 5. tum ex B F, D E ad D E x habebit minorem rationem, quàm C D ad eandem D E, at aggregatum ex B F, D E ad rectam D E eſt, vt F E ad
y 13. 5. E G, habebit F E ad E G y minorem rationem, quàm C D ad D E: ſed ex 15. Prop. F E ad EG eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, & C D ad D E, ex Propoſit. 7. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C D, pondus igitur totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit
z 13. 5. planum C B, z habebit minorem rationem ea, quam habet pondus totale
a 10. 5. eiuſdem Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C D: quamobrem momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C D a minus eſt grauitatione, qua idem Graue Z premit planum C B; cùmque grauitationes, quibus Graue Z premit plana concurrentia C D, C B, ſimul ſumptæ, ex Coroll. 2. ad Prop. 13. componant pondus totale Grauis Z, aggregatum idcircò ex momentis liberis, quæ Graue Z habet in planis ſeiunctis C B, C D, minus eſt pondere totali ipſius Grauis Z. Quod erat vltimo loco demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Conſtat etiam, cùm plani eleuatio æqualis eſt tertiæ parti vnius anguli recti, momentum liberum Grauis in eo plano æquale eſſe dimidio ponderis totalis eiuſdem Grauis. Cùm enim oſtenſum primo loco ſit, grauitationes, quibus Graue Z premit plana CB, CD, inter ſe æquales eſſe, & momentum liberum eiuſdem Grauis in vno planorum æquale eſſe grauitationi, quas in planis concurrentibus alterum planum ſuſtinet, vna verò ex illis grauitationibus ſit æqualis dimidio ponderis totalis Grauis, momentum liberum eiuſdem Grauis in vno planorum dimidio ponderis totalis eiuſdem Grauis æquale erit.

THEOR. XVI. PROP. XXVI.

Cùm angulus eleuationis plani maior eſt tertia parte vnius recti momentum liberum Grauis in eo plano maius eſt dimidio ponderis totalis eiuſdem Grauis; ſi verò angulus eleuationis minor eſt tertia parte vnius recti, momentum liberum Grauis in ipſo plano minus eſt dimidio ponderis totalis eiuſdem Grauis.

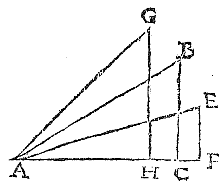


Ad horizontem A F eleuentur plana AG, AE ita, vt angulus GAF maior ſit tertia parte vnius recti, angulus verò FAE minor ſit tertia parte vnius recti. Dico, momentum liberum Grauis in plano AG maius eſſe dimidio ponderis totalis ipſius Grauis, & momentum liberum, quod Graue habet in plano A E, eſſe minus.

Intelligatur ad horizontem A F eleuatum planum A B, vt angulus BAF ſit tertia pars vnius recti, fiant inter ſe æquales longitudines A G, AB, AE, & ex punctis G, B, E [a] demittantur rectæ GH, BC, EF perpendiculares ad horizontem A F. Quoniam angulus B A C eſt tertia pars vnius recti, ex anteced. coroll. momentum liberum Grauis in plano A B a 12. 1.

æqua-

æquale eſt dimidio ponderis totalis eiuſdem Grauis. Præterea, cum ex hypotheſi angulus FAG maior ſit angulo FAE, ſinus rectus GH per 16.prop. maior erit ſinu EF; cùmque ex coroll. ad prop. 7. momentum liberum Grauis in plano A G ad momentum liberũ in plano AB ſit, vt perpendiculum GH ad perpendiculum BC, perpendiculum verò GH perpendiculo B C ſit maius; erit momentum liberum Grauis in plano AG maius momento libero grauis in plano AB: ſed momentum liberum grauis in plano AB eſt dimidium ponderis totalis eiuſdem Grauis, erit momentum liberum Grauis in plano A G maius dimidio ponderis totalis eiuſdem Grauis. Eodem modo oſtendetur, momentum liberum Grauis in plano A E eſſe minus dimidio ponderis totalis eius Grauis. Quod oportebat oſtendere.



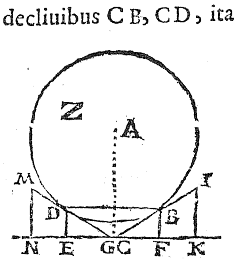
COROLLARIVM.

Ex demonſtratis manifeſtum eſt, cum quiſque angulus eleuationis duorum planorum decliuium maior eſt tertia parte vnius recti, momenta libera Grauis in ipſis planis, ſimul ſumpta, maiora eſſe pondere totali eiuſdem Grauis: ſi verò quiſque angulus eleuationis minor eſt tertia parte vnius recti, aggregatum ex momentis liberis Grauis in ijs planis minus eſſe pondere totali eiuſdem Grauis.

THEOR. XVII. PROP. XXVII.

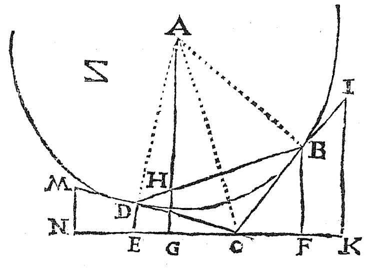
Si duo plana, in angulum, duabus tertijs partibus duorum rectorum maiorem, coeuntia, Graue ſuſtineant, momenta libera eius Grauis in ipſis planis, ſeorſum ſumptis, minora ſunt grauitationibus, quibus Graue illud premit ea plana coeuntia.

Suſtineatur Graue ſphæricum Z Planis decliuibus C B, C D, ita in C concurrentibus, vt angulus BCD maior ſit duabus tertijs partibus duorum rectorum. Dico, momenta libera Grauis Z in planis CB, C D, ſeorſum ſumptis, minora eſſe grauitationibus, quibus Graue Z premit plana CB, C D.



Repetatur hic vniuerſa conſtructio prop. 25. Quoniam angulus BCD maior eſt duabus tertijs partibus duo-

rum rectorum, reliqui duo anguli B C F, D C E, [a] minores erunt ter- a 13. 1.
tia parte duorum rectorum, hoc eſt, minores duabus tertijs partibus
vnius recti, atque ex Prop. 22. duo perpendicula B F, D E, ſimul ſumpta,
minora ſunt C B, vel C D: ſumatur B F, vel D E, vti tertia quantitas,
aggregatum ex D E, B F ad B F, vel D E [b] habebit minorem ratio- b 8. 5.
nem, quàm C B ad B F, vel C D ad D E. Hoc poſito. Per Coroll. 1.
ad 15. Propoſit. D E ad B F eſt, vt E G ad G F; componendo, aggrega-
tum ex duabus rectis D E, B F ad rectam B F [c] eſt, vt E F ad F G: E F c 18. 5.
verò ad F G ex 15. Propoſit. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauita-
tionem, qua premit planum C D, aggregatum idcircò ex D E, B F
ad B F [d] eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua pre- d 11. 5.
mit planum C D; ex demonſtratis aggregatum ex D E, B F ad B F habet
minorem rationem, quàm C B ad eandem B F; pondus igitur totale Gra-
uis Z ad grauitationem, qua premit planum C D [e] minorem habebit ra-
tionem, quàm C B ad B F; ſed ex prop. 7. C B ad B F eſt, vt pondus tota- e 13. 5.
le Grauis Z ad momentum liberum in ſolo plano C B, habebit propte-
reà pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum CD, [f] f 13. 5.
minorem rationem, quàm habet pondus totale eiuſdem Grauis Z ad
momentum liberum in ſolo plano C B: quamobrem momentum libe-
rum Grauis Z in ſolo plano C B [g] minus eſt grauitatione, qua Graue ip- g 10. 5.
ſum Z planum C D premit. Demùm, cùm per coroll. 1. ad 15. prop. D E
ad B F ſit, vt E G ad G F, inuertendo B F ad D E erit, vt F G ad G E; &
componendo, aggrega-
tum ex duabus rectis
DE, BF ad rectam DE [h] h 18. 5.
erit, vt F E, ad E G; ſed
F E ad E G ex 15. prop.
eſt, vt pondus totale
Grauis Z ad grauitatio-
nem, qua premit pla-
num C B, erit pondus
totale Grauis Z ad gra-
uitationem, qua premit
planum C B, vt aggre-
gatum ex B F, D E, ad

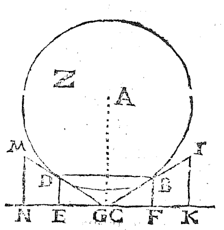


D E: aggregatum autem ex B F, D E, ad D E habet ex dictis minorem K 11. 15.
rationem, quàm C D ad D E, habebit idcircò pondus totale Grauis Z ad
grauitationem, qua premit planum C B, [l] minorem rationem, quàm CD
ad D E: at ex 7. prop. C D ad D E eſt, vt pondus totale Grauis Z ad mo- l 13. 5.
mentum liberum, quod habet in ſolo plano C D, pondus igitur totale
Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, [m] minorem habet
rationem, quàm pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum libe- m 13. 5.
rum in ſolo plano C D: quapropter momentum liberum Grauis Z in ſolo
plano C D [n] minus eſt grauitatione, qua Graue Z premit planum C B:
oſtenſum autem fuit momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C B mi- n 10. 5.
nus grauitatione, qua idem Graue Z premit planum C D; momenta igi-
tur libera Grauis Z in planis ſeparatis C B, C D, minora ſunt grauitatio-

nibus, quibus Graue Z premit plana concurrentia CB, CD; & quia dictæ grauitationes ex coroll. 2. ad prop. 13. ſimul ſumptæ æquantur ponderi totali Grauis Z, aggregatum propterea ex momentis liberis Grauis Z in planis ſeiunctis CB, CD minus eſt pondere totali ipſius Grauis Z. Quod erat oſtendendum.

THEOR. XVIII. PROP. XXVIII.

Si duo plana decliuia in angulum, recto quidem maiorem, minorem verò duabus tertijs partibus duorum rectorum, coeuntia, Graue ſuſtineant, anguli autem eleuationum planorum ſint æquales; aggregatum ex momentis liberis Grauis, in ipſis planis, ſeorſum ſumptis, ſemper maius eſt pondere totali Grauis; ſi verò eleuationum anguli ſint inæquales, aggregatum ex momentis liberis Grauis in ipſis planis, ſeorsùm ſumptis, modò æquale, modò maius, aut minus totali Grauis pondere, pro varietate poſitionum, eſſe poteſt.



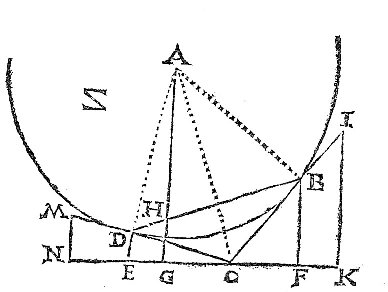
Suſtineatur Graue Z duobus planis CB, CD decliuibus, ita in C coeuntibus, vt angulus BCD ſit maior recto, & minor duabus tertijs partibus duorum rectorum. Dico, ſi eleuationum anguli BCF, DCE ſunt inter ſe æquales, aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis CB, CD ſeorſum ſumptis, ſemper maius eſſe pondere totali Grauis Z: ſi verò anguli BCF, DCE ſunt inæquales, aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis CB, CD, ſeorsùm ſumptis, modò æquale, modò maius, aut minus eſſe poſſe pondere totali Grauis Z pro varijs planorum decliuium poſitionibus.

Ponatur primò, angulos FCB, ECD æquales, eſſe. Quoniam anguli FCB, DCE, DCB, [a] duobus rectis ſunt æquales, angulus verò BCD ex hypotheſi minor eſt duabus tertijs partibus duorum rectorum, duo
a 13. 1. anguli BCF, DCE maiores erunt tertia parte duorum rectorum, hoc eſt, maiores duabus tertijs partibus vnius recti; ſed ex hypotheſi anguli BCF, DCE ſunt inter ſe æquales, vterque igitur angulorum BCF, DCE maior eſt tertia parte vnius recti, atque ex coroll. ad prop. 26. aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis ſeiunctis AB, CD, C maius eſt pondere totali Grauis Z. Quod erat primo oſtendendum.

Ponatur deinde, angulos BCF, DCE inæquales eſſe. Quoniam an-

gulus

gulus D C B ex hypotheſi maior eſt recto, & minor duabus tertijs partibus duorum rectorum; anguli B C F, D C E, ſimul ſumpti, minores erunt vno recto, hoc eſt, minores quadrante, & maiores erunt tertia parte duorum rectorum, hoc eſt, maiores ſextante, atque ex coroll. ad Prop. 23. ſinus recti angulorum B C F, D C E, ideſt, rectæ B F, D E, ſimul ſumpti, eſſe poſſunt æquales, aut maiores, aut minores radio C B, vel C D pro varietate inclinationum, quas in ſuppoſitis limitibus plana C B, C D habere poſſunt.



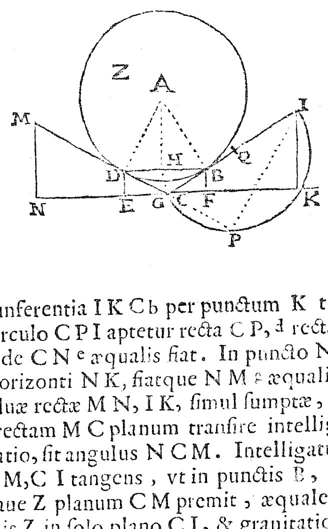
Si igitur aggregatum ex ſinibus D E, B F æquale eſt radio C B, ex prop. 8. aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis ſeiunctis C B, C D æquale eſt ponderi totali Grauis Z: ſi aggregatum ex ſinibus D E, B F maius eſt radio C B, vel C D, ex Prop. 9. aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis C B, C D maius eſt pondere totali: & ſi aggregatum ex ſinibus B F, D E, minus eſt radio C B, vel C D, ex coroll. ad Prop. 9. aggregatum ex momentis liberis Grauis Z in planis C B, C D minus erit pondere totali eiuſdem Grauis Z. Quod erat demonſtrandum.

PROBL. I. PROP. XXIX.

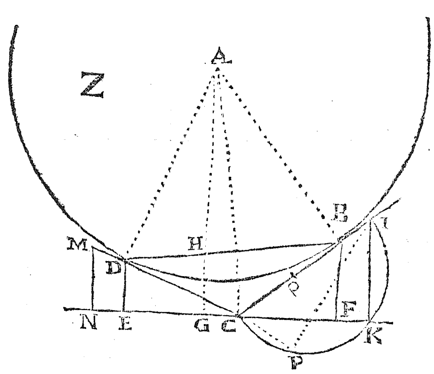
Data quacunque plani ad horizontem eleuatione, alterius plani, cum dato plano concurrentis, eleuationem reperire, ita, vt ambobus quodcunque Graue ſuſtinentibus, grauitationes, quibus Graue illud ea plana premit, hoc eſt vires, ijs planis ad ſuſtinendum Graue neceſſariæ, æquales ſint momentis liberis, quæ idem Graue in ipſis planis, ſeorsùm, alternèque ſumptis, habet.

Sit planum C I quodcunque ad horizontale planum N K eleuatum, modò angulus I C K recto ſit minor; oporteat autem reperire ad Horizontem N K eleuationem alterius plani, cum plano I C in puncto C con-

currentis ita, vt collocato quocunque Graui, tum planum C I, tum planum adinuentum tangente, grauitationes, quibus Graue ea plana premit, æquales ſint momentis liberis, quæ Graue ipſum haberet, cùm in ijſdem planis, ſeorſùm ſumptis, alternèque, collocaretur.



a 12. 1. Ex quocunque puncto I, [a] in longitudine C I aſſumpto, recta I K demittatur ad angulos rectos cum Horizonte N K. Circa diametrum C I deſcribatur ſemicirculus I K C. Quoniam
b 31. 3. angulus I K C rectus eſt, circunferentia I K C [b] per punctum K tranſit;
c 3. 1. fiat I Q [c] æqualis I K, & ſemicirculo C P I aptetur recta C P, [d] rectæ C Q
d 1. 4. æqualis; ducatur I P, cui deinde C N [e] æqualis fiat. In puncto N exci-
e 3. 1. tetur N M [f] perpendicularis Horizonti N K, fiatque N M [g] æqualis C P,
f 11. 1. vel C Q; ducatur recta C M: duæ rectæ M N, I K, ſimul ſumptæ, æqua-
g 3. 1. les erunt I C, vel C M. Per rectam M C planum tranſire intelligatur, ita, vt eius eleuatio, vel inclinatio, ſit angulus N C M. Intelligatur iam Graue Z propoſitum, plana C M, C I tangens, vt in punctis B, & D. Dico, grauitationem, qua Graue Z planum C M premit, æqualem eſſe momento libero eiuſdem Grauis Z in ſolo plano C I, & grauitationem, qua premit planum C I, æqualem eſſe momento libero, quod habet in ſolo plano C M.



Ex punctis, D, & B,
h 12. 1. atque ex centro A, [h] cadant rectæ D E, A G, B F ad angulos rectos ad Horizontem N K; ducanturque D B, A B, A D: Per coroll. ad Prop. 12. rectæ D E, A G, B F, A D, A B in eodem ſunt plano, ad Horizontem NK recto, quod ſphæram Z, & plana B C, C D ſecans, in ſphæra efficit circulum maximum B D, communeſque plani ſecantis, & planorum C B, C D ſectiones ſunt, æquales rectæ C B, C D, circulum D B in punctis B, & D tangentes. Et, quia re-

ctæ I K, M N, D E, B F perpendiculares ſunt Horizonti N K, [k] ideò ſunt parallelæ; ſecantur autem rectis C M, C I, in plano D E F B exiſtentibus, omnes igitur [l] in vno ſunt plano. Ducatur recta A C. Si anguli M C N, I C K ſunt æquales, per 10. Prop. perpendicularis A G incidit in punctum C, & cum recta AC congruit. Si verò non ſunt æquales, at angulus ICK maior eſt angulo M C N, per 10. Prop. perpendicularis A G cadit ad partes anguli acuti A C E, hoc eſt, cadit inter puncta C, & E. Ad hæc, quia D E parallela eſt M N, triangula M N C, D E C [m] ſunt æquiangula, eritque M N ad D E, [n] vt M C ad C D. Eodem modo oſtendetur, IK ad B F eſſe, vt I C ad C B. Iam verò, quia I C æqualis eſt C M, & C B æqualis C D, erit I C ad C B, vt M C ad C D, eſt ex demonſtratis I C ad C B, vt I K ad B F, & M C ad C D, vt M N ad D E, erit igitur M N ad D E, [o] vt I K ad B F; & permutando, M N ad I K [p] erit, vt D E ad B F; & componendo, aggregatum ex M N, I K ad I K [q] erit, vt aggregatum ex D E, B F, ad B F: Sed ex conſtructione aggregatum ex duabus rectis M N, I K æquale eſt rectæ C I, erit aggregatum ex D E, B F ad B F, vt C I ad I K, ideſt, vt C B ad B F. Eadem via demonſtrabitur, aggregatum ex duabus rectis B F, D E ad rectam D E eſſe, vt C D ad D E.

Intelligatur Graue Z, pendens à Vecte D B, vt ex puncto H; Vectis autem D B ſuſtineatur à duabus Potentijs tantæ magnitudinis, vt exactè ſufficiant ad ſuſtinendum Graue Z, hoc eſt, vt illæ ſint æquales viribus, quæ neceſſariæ ſunt planis C B, C D ad ſuſtinendum Graue Z. Per Coroll. 1. ad Prop. 13. potentia in B æqualis erit grauitationi, qua Graue Z premit planum C B, & potentia in D æqualis erit grauitationi, qua Graue Z premit planum C D; atque ex 1. Coroll. ad 15. Prop. erit D E ad B F, vt E G ad G F; & componendo, E F ad F G [r] erit, vt ſunt duæ rectæ D E, B F ſimul ad rectam B F: ſed D E, B F, ſimul ſumptæ, ad rectam BF ex demonſtratis ſunt, vt C B ad B F; erit igitur E F ad F G, [ſ] vt C B ad B F: E F autem ad F G ex Prop. 15. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua Graue Z premit planum C D, pondus igitur totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C D, [t] eſt, vt C B ad B F, & quia C B ad B F ex Prop. 7. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C B: Pondus igitur totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C D [u] erit, vt pondus totale ipſius Grauis Z ad momentum liberum in plano C B; quamobrem momentum liberum Grauis Z in plano C B [x] eſt æquale grauitationi, qua premit planum C D.

Similiter, quia B F ad D E ex Coroll. 1. ad Prop. 15. eſt, vt F G ad E G, componendo, aggregatum ex B F, D E ad D E [y] erit, vt F E ad F G; ſed ex demonſtratis aggregatum ex B F, D E, ad D E eſt, vt C D ad D E, erit C D ad D E, vt F E, ad E G; E F autem ad E G per Prop. 15. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, erit pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, [a] vt C D ad D E, quia verò C D ad D E ex 7. Prop. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum in plano C D, erit pondus totale Grauis Z ad momentum liberum in plano C D, [b] vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B: Quamobrem momentum liberum

k 28. 1.
l 7. 11.
m 32. 1.
n 4. 6.
o 11. 5.
p 16. 5.
q 18. 5.
r 18. 5.
ſ 11. 5.
t 11. 5.
u 11. 5.
x 9. 5.
y 18. 5.
a 11. 5.
b 11. 5.

Digitized by Google

c 9. 5. Grauis Z in plano C D c æquale eſt grauitationi, qua Graue Z premit planum C B. Momenta itaque libera Grauis Z in planis C D, C B æqualia ſunt grauitationibus, quibus Graue Z premit plana C B, C D, Quod facere, atque oſtendere oportuit.

COROLLARIVM. I.

Ex dictis in præcedente Propoſitione compertum eſt id ipſum, quod in 8. Prop. demonſtratum fuit, videlicet, cùm planorum C M, C I, longitudines inter ſe æquales ſunt, & perpendicula M N, I K, ſimul ſumpta, longitudini C I ſunt æqualia, tum momenta libera, quod Graue habet in planis C I, C M, ſeorſum ſumptis, ſimul ſumpta, æqualia eſſe ponderi totali eiuſdem Grauis.

Repetatur Figura præcedens. *Cùm enim ex demonſtratis momenta libera ſint æqualia grauitationibus, quibus Graue Z plana C I, C M premit, hoc eſt, æqualia ſint potentijs in D, & B applicatis; tales verò potentiæ ſimul ſumptæ, æquales ſint ponderi totali Grauis Z, hoc fit, vt momenta libera, quæ Graue Z in ſeiunctis planis CI, CM exercet, ſimul ſumpta, ponderi totali Grauis Z ſint æqualia, vt dictum eſt.*

COROLLARIVM II.

Hinc data plani decliuis eleuatione, innoteſcit modus, quo procedendum eſt ad reperiendam eleuationem alterius plani, cum primo concurrentis, ita, vt momenta libera Grauis, ſimul ſumpta, ponderi totali eiuſdem Grauis ſint æqualia.

PROBL. II. PROP. XXX.

Data quacunque plani ad horizontem eleuatione, reperire eleuationem alterius plani, cum dato plano concurrentis, ita, vt momenta libera, quæ datum Graue in ipſis planis, ſeorsùm ſumptis, exercet, maiora ſint grauitationibus, quibus idem Graue ea plana concurrentia premit, cùm vtroque plano ſuſtinetur.

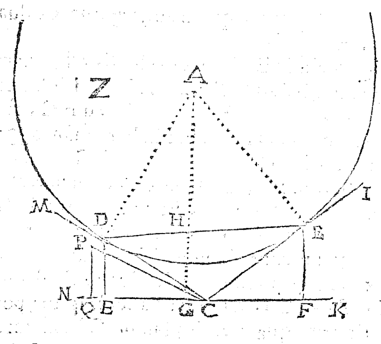
Sit quodcunque planum C I ad Horizontem N K eleuatum, & angu-

lus

lus K C I ſit quæcunque data eleuatio. Oporteat autem reperire alterius plani, cum plano C I concurrentis, vt in C, eleuationem, ita tamen, vt momenta libera, quæ datum Graue Z habet in ipſis planis, ſeorſum ſumptis, maiora ſint grauitationibus, quibus Graue Z ea plana premeret, cùm ambo concurrentia illud ſuſtinent.

Per anteced. Propoſit. reperiatur planum C P, ita, vt momenta libera Grauis Z in planis C I, C P ſeiunctis æqualia ſint grauitationibus, quibus Graue Z premit ipſa plana C I, C P, cùm ſuſtinetur ambobus planis. Tum ad Horizontem N K eleuetur alterum quodcunque planum C M, cum plano C I in puncto C concurrens, ita, vt angulus M C N eleuationis maior ſit angulo P C Q. Dico, planum C M eſſe quæſitum.

Collocetur Graue ſphæricum Z ita, vt ambo plana C I, C M tangat, ceu in punctis B, & D. Rectæ C B, C D [a] ſunt æquales. Fiat C P æqualis C B, vel C D, atque ex punctis B, D, P, demittantur rectæ B F, D E, P Q [c] ad angulos rectos cum Horizonte N K. Quoniam angulus DCE maior eſt angulo PCQ. Cùm radij CD, CP ſint æquales inter ſe per Prop 16. ſinus D E maior erit ſinu PQ, atque ideò aggregatum ex duabus rectis D E, BF maius eſt aggregato ex duabus PQ, B F; quare aggregatum ex D E, B F ad B F [d] maiorem rationem habebit, quam aggregatum ex P Q, B F ad eandem B F. Quia momenta libera Grauis Z in planis C B, C P ex conſtructione æqualia ſunt grauitationibus, quibus Graue Z premeret plana ipſa C B, C P, hæ verò grauitationes, ſimul ſumptæ, ex Coroll. 2. ad Propoſit. 13. æquales ſunt ponderi totali Grauis Z, momenta idcircò libera Grauis Z in planis C B, C P, ſimul ſumpta, æqualia erunt ponderi totali Grauis Z, & per Propoſit. 8. perpendicula P Q, B F, ſimul ſumpta, æqualia erunt longitudini C B, vel C P. Oſtendatur, vt in Propoſitione præcedente, D E ad B F eſſe, vt E G ad G F; componendo D E plus B F ad B F erit, vt E F ad F G, ſed aggregatum ex D E, B F ad B F maiorem rationem habet, quàm aggregatum ex P Q, B F ad eandem B F: habebit igitur EF ad FG [e] maiorem rationem, quàm aggregatum ex P Q, B F ad B F; Quia verò E F ad FG ex Propoſit. 15. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua Graue Z premit planum CD, propterea pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua ipſum Graue premit planum CD, [f] maiorem rationem habebit, quàm aggregatum ex PQ, BF, hoc eſt, recta CB, ad perpendiculum BF; eſt ex 7. Prop. C B ad B F, vt pondus totale Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C B, habebit igitur pondus to-



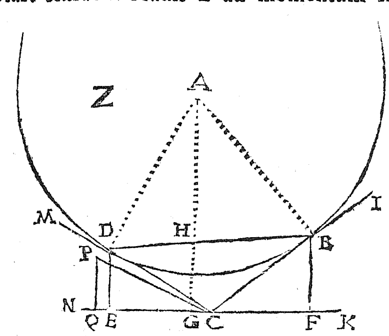
a Coroll. 2. ad 26. 3.
b 3. 1.
c 12. 1.
d 8. 5.
e 8. 5.
f 13. 5.

tale

Digitized by Google

g 13. 5. tale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C D, [g] maiorem rationem, quàm pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in ſolo plano C B: Quamobrem momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C B, vel C I [h] maius erit grauitatione, qua ipſum Graue Z premit planum C D, vel C M.

h 10. 5.



Vlterius, quia D E ex demonſtratis maior eſt recta P Q, duæ rectæ B F, D E ſimul, maiores ſunt duabus BF, PQ; ſumpta D E, vti tertia quantitate, aggregatum ex duabus B F, D E [k] ad rectam D E maiorem rationem habebit, quàm aggregatum ex duabus B F, P Q ad eandem D E. Hoc poſito.

K 8. 5.

Quoniam D E ad B F ex oſtenſis eſt, quemadmodum E G ad G F, inuertendo, B F ad D E erit, vt F G ad G E, & componendo, aggregatum ex B F, D E [l] ad D E erit, vt F E ad E G, ſed aggregatum ex B F, D E ad D E maiorem rationem habet, quàm aggregatum ex B F, P Q ad eandem D E, habebit igitur F E ad E G [m] maiorem rationem, quàm aggregatum ex B F, P Q, hoc eſt, quàm recta C D ad D E, & quia F E ad E G ex 15. Prop. eſt, vt pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum CB, habebit pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, [n] maiorem rationem, quàm C D ad D E, at ex 7. Prop. pondus totale Grauis Z ad momentum liberum in plano C D eſt, vt C D ad D E: habebit igitur pondus totale Grauis Z ad grauitationem, qua premit planum C B, maiorem rationem, quàm pondus totale eiuſdem Grauis Z ad momentum liberum, quod habet in plano C D. Quamobrem momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C D maius [p] erit grauitatione, qua premit planum C B: oſtenſum eſt momentum liberum Grauis Z in ſolo plano C B maius eſſe grauitatione, qua Graue Z premit planum C D: momenta igitur libera, quæ Graue Z habet in planis C I, C D ſeiunctis, maiora ſunt grauitationibus, quibus Graue Z premit plana concurrentia C D, C I. Quod faciendum, & demonſtrandum fuit.

l 18. 5.
m 13. 5.
n 13. 5.
p 10. 5.

COROLLARIVM.

Ex antecedente propoſitione apparet modus, cùm data eſt plani eleuatio, reperiendi alteram plani eleuationem, ita, vt aggregatum ex momentis liberis Grauis in ipſis planis maius ſit pondere totali eiuſdem Grauis.

PRO-

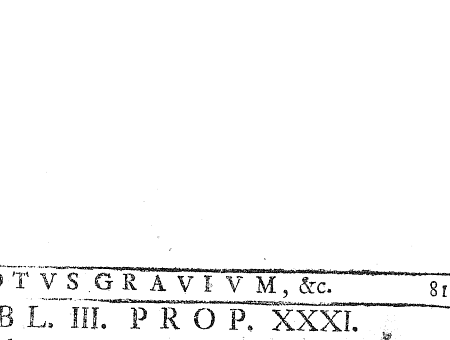
Digitized by Google

PROBL. III. PROP. XXXI.

Dato plano decliui, vtcunque ad horizontem eleuato, alterius plani, cum dato plano concurrentis, eleuationem reperire, ita, vt momenta libera Grauis in ipſis planis, ſeorsùm ſumptis, minora ſint grauitationibus, quibus idem Graue dicta plana premit, cùm ambobus planis concurrentibus ſuſtinetur.

Sit datum planum IC ad quemcumque angulum ICK horizontali N K eleuatum.

Per propoſit. 29. reperiatur planum C P, ita, vt momenta libera cuiuſcunque dati Grauis ſphærici Z in planis CB, CD, æqualia ſint grauitationibus, quibus idem Graue Z premeret plana CB, CP, cùm vtroque plano ſuſtineretur. Deinde in eodem puncto C ad horizontē NC eleuetur planum decliue CM, ita, vt angulus eleuationis NCM minor ſit angulo NCP. Dico, planum C M eſſe quæſitum.



In planis C I, CM conſtituatur Graue ſphæricum Z, quod ea plana tangat, vt in B, & D. Fiat recta CP æqualis C D, vel CB; ex punctis D, P, A, B, demittantur rectæ DE, PQ, AG, BF ad angulos rectos cum N K, & procedendo, vt in antecedente propoſitione immutatis dumtaxat vocibus *maius*, *& minus* demonſtrabitur primò, momentum liberum Grauis Z in plano CI minus eſſe grauitatione, qua Graue Z premit planum CD, vel CM; ſecundò demonſtrabitur, momentum liberum Grauis Z in plano CM minus eſſe grauitatione, qua Graue Z premit planum CI: Quamobrem momenta libera Grauis Z in planis ſeiunctis CI, CM, minora ſunt grauitationibus, quibus idem Graue Z premit plana concurrentia CI, CM. Quod faciendum, & demonſtrandū erat.

COROLLARIVM.

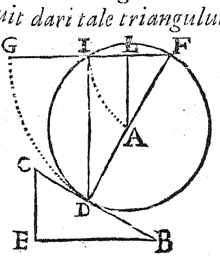
Ex præcedente propoſitione Colligitur modus, data eleuatione, reperiendi eleuationem alteram, ita, vt momenta libera Grauis, ſimul ſumpta, minora ſint pondere totali eiuſdem Grauis.

APPENDIX.

SCIO, nullam eſſe tam firmam veritatem, cui non aliquid per altercationes poſſit opponi. Hinc non defuit, qui aduersùs veritatem, à me in prima huius opuſculi Editione demonſtratam, nonnullas obiectiones excitarit, eaſque Illuſtriſſimo, ac Reuerendiſſimo Domino Ioanni Ciampino tradiderit, ad me tranſmittenda, vt hic humaniſſimè tranſmiſit. Itaque in ſecunda hac editione mihi viſum eſt, illas obiectiones Geometricè refutare: non, quòd tanti apud me ſint ponderis, vt ſilentio præteriri non poſſint; ſed quia volo, & clariùs veritati, à me priùs demonſtratæ conſulere, & Illuſtriſſimo, ac Reuerendiſſimo Ciampino, ei ſcilicet, cui Vniuerſa reſpublica literaria multum debet, aliqua ex parte ſatisfacere.

Difficultates, quæ inter legendum Fundamentum Doctrinę motus Grauium Domini Vitalis Iordani, obortæ ſunt cuidam Geometriæ, ac Staticæ ſtudioſo.

Fundamentum primæ difficultatis eſt huiuſmodi. In triangulo rectangulo CEB, hypotenuſa CB ſit planum decliue, cuius perpendiculum CE. Angulus verò CBE vocetur angulus eleuationis plani CB ſupra horizontem BE: nequit dari tale triangulum, quin angulus eleuationis CBE ſit oppoſitus perpendiculo CE, et angulus rectus CEB ſit oppoſitus plano decliui CB. Quia verò non conſtat ex terminis, an momentum Grauis ſuper plano decliui CB, ad momentum totale eiuſdem Grauis, ſit, vt perpendiculum CE ad planum CB, vel vt angulus eleuationis CBE ad angulum rectum CEB: ad ritè præferendam vnam ſententiam alteri, oportet



afferre tales rationes, quæ oſtendant, momenta eſſe, vt latera trianguli CEB, ac non eſſe, vt angulos; vel oſtendant, momenta eſſe, vt angulos, ac non eſſe, vt latera.

Reſponſio.

Si ad alicuius propoſitæ rei veritatem non ſatis eſſet, geometricis illam demonſtrationibus confirmaſſe, ſed neceſsè inſuper eſſet contrarij etiam falſitatem oſtendere; Euclidi certè, poſtquam demonſtrauit, in circulis æqualibus angulos eandem habere rationem cum peripherijs, quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant, neceſsè etiam fuiſſet oſtendere, angulos non eandem habere rationem cum cordis peripherias, quibus anguli inſiſtunt, ſubtendentibus, niſi cùm peripheriæ, vel anguli, inter ſe ſunt æquales: Et huiuſmodi ſanè neceſſitates tota Geometria vagarentur. At longè aliter ſe res habet; quia, cùm vna ſit veritas, illa ſatis obtinetur, cùm id, quod proponitur, demonſtratione aliqua certis innixa principijs, omnique ſophiſmate libera, oſtenſum eſt; neque contrarij falſitatem etiam demonſtrare, neceſsè eſt, niſi cùm alijs ſatisfactum cumulatiùs volumus.

Prima difficultas.

His poſitis, & admiſſa conſtructione Torricellij apud Iordanum pag. 1. *videlicet, quòd triangula rectangula FLA, FID, CEB, ſint ſimilia; rectæ verò FA, FI ſint æquales, & rectæ FD, FG ſint pariter æquales.*

Vehementer mihi gratum eſſet, vt in aliorum ſcriptis referendis, ipſa Auctorum verba citrà vllam mutationem proferrentur; neque enim laudabile videtur, arbitratui ſuo rem prius accommodare, deinde obiectiones aduersùs illam promouere. Quiſquis attento mentis oculo videbit, quòd de Galilæi principio Torricellius oſtendit, quodue ipſe in Prop. 7. expono, facilè intelliget, neque Torricellium, neque me, in *conſtructione* vnquam poſuiſſe, quòd recta FI ſit æqualis rectæ FA; & quanquam in infinitis diſtantijs, quas vectis GF habere poteſt ab horizontali EB, hic quoque æqualitatis caſus dari poſſit, demonſtrationem tamen,

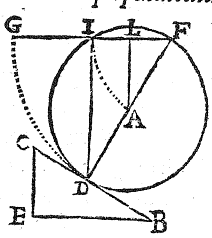
tum Torricellij, tum meam in Prop.7. eſſe vniuerſaliſſimam, non ad vnum illum caſum alligatam, ac reſtrictam. Quinimò, ſi demonſtrationes vniuerſales non ſunt, nihili ſunt; notiſſimum enim eſt, quod in vno caſu demonſtratur; id ipſum ſæpe in nullo alio verificari: quod ſanè vitium ſecum trahit ratio æqualitatis, vt conſtat ex Prop.19.lib.6.Euclid. vbi oſtenditur, *ſimilia triangula inter ſe eſſe in dupplicata ratione laterum homologorum*: At ſi ea triangula ſint inter ſe æqualia, oſtendetur, non ſolùm ipſa eſſe in duplicata ratione, ſed etiam in triplicata, in quadruplicata, in milluplicata &c. ratione laterum homologorum; vel (quod eòdem recidit) illa triangula non ſolùm inter ſe eſſe, vt eorum latera homologa, ſed etiam eſſe, vt quadrata, aut cubos, aut quadrato quadrata, aut quadrato cubos &c. laterum homologorum, hoc autem ideò fit, quia ſimilia triangula, cùm æqualia ſunt, latera etiam homologa inter ſe ſunt æqualia, ideòque tam ipſa latera homologa inter ſe, quàm eorum quadrata, aut cubi &c. eandem habent rationem; quæ eſt ratio æqualitatis: Idem non accidit in ſimilibus triangulis inæqualibus, in quibus oſtenditur, ea ſolùm eſſe in duplicata ratione laterum homologorum. Manifeſtum eſt igitur, quòd demonſtratio, ad vnum caſum reſtricta idonea non eſt ad firmandam certitudinem rei, quæ demonſtranda proponitur, quippe quæ in alijs caſibus falſa eſſe poſſit: Vnde volenti aſſumptum ſuum ad certitudinis lancem expendere, eæ praeferendæ ſunt demonſtrationes, quæ vniuerſalitate ſua caſus omnes rei propoſitæ complectantur, qualis eſt demonſtratio Torricellij, & mea in Prop.7. huius opuſculi.

Articulus Secundus.

Emergit difficultas. Nam eodem iure, quo Torricellius, & Iordanus dicunt: Momentum totale Grauis ad momentum eiuſdem in plano CB, eſt vt recta IF, ad FL, hoc eſt vt GF vel DF ad FI nimirum vt BC ad CE, ob ſimilitudinem triangulorum. Alij dicent. Momentum totale Grauis ad momentum in plano BC, eſt vt angulus rectus FLA ad angulum FAL, vel vt FID ad FDI; nimirum vt angulus rectus CEB ad angulum eleuationis CBE. Mirum profectò eſt, ad geometricè demonſtrandam ſententiam Galilei, ac Torricellij, aſſerentium, momentum totale Grauis ad momentum in

Digitized by Google

plano decliui, eſſe vt longitudinem plani decliuis ad perpendiculum: Mirum inquam eſt, Torricellum, ac Iordanum vſos fuiſſe argumentis, quæ æquè euincunt momentum ad momentum eſſe, vt angulum rectum ad angulum eleuationis, & nihilominus pag. 41. gloriatur Iordanus demonſtrationem à ſe allatam, nullius contradictionis capacem eſſe.



Reſponſio.

Satis ex hoc articulo deprehenditur, cur hic ſtaticæ ſtudioſus Torricellij conſtructionem mutauit, faciendo diſtantiam FI æqualem radio AF. Scilicet opinatus eſt, AF ad FL poſſe eſſe, vt eſt angulus rectus ad angulum FAL.

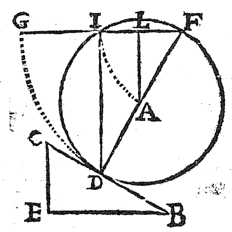
Certè fides exigeret, vt aliena citrà conſtructionis alterationem proferrentur; minima quippe alteratio maximum affert detrimentum. Si quis velit aliquid addere, vel demere, ſeorsùm id faciat, nec ſua cum alienis confundat. In caſu noſtro Demonſtratio, tum Torricellij, tum mea, ob mutationem conſtructionis, ab Aduerſario factam, de vniuerſali fit particularis; ad eum enim caſum reſtringitur, in quo rectæ AF, FI eſſent inter ſe æquales. Sed hæc miſſa facio, & ad difficultatem propero.

Eſto, vt, quemadmodum Torricellius, & Ego demonſtrauimus, momentum totale Grauis ad momentum eiuſdem in plano inclinato CB eſſe, vt IF ad FL, hoc eſt, vt GF, vel DF ad FI, nimirum vt BC ad CE, ita etiam alij demonſtrarent momentum totale Grauis ad momentum in plano CB eſſe, vt eſt angulus rectus FLA ad angulum FAL, vel vt FID ad FDI, nimirum vt angulus rectus CEB ad angulum eleuationis CBE: non idcircò tamen Aduerſarius ſuum propoſitum aſſequeretur. Nam demonſtratio, tam Torricelliana, quàm mea, Vniuerſalis eſt, & omnibus accomodata caſibus: Demonſtratio verò aliorum particularis eſſet, atque ad vnum reſtricta caſum, ideòque in alijs caſibus falſa eſſe poſſet, vt ſuprà diximus.

Præterea ſuppoſita etiam Aduerſarij conſtructione, quòd nimirum FA æqualis ſit FI, inſpiciamus, an aſſeri verè poſſit, momen-

tum

tum totale Grauis ad momentum in plano decliui BC eſſe, vt eſt angulus rectus CEB ad angulum CBE.



Repetatur figura, & conſtructio facta ab eodem ſtaticæ ſtudioſo. Quoniam momentum totale Grauis, ex G ſuſpenſi, ad momentum, quod idem Graue habet ſuſpenſum ex L, per 3. prop. huius tract. eſt, vt GF ad FL, nimirum, vt DF ad FA, vel IF ad FL, hoc eſt, AF ad FL; & AF ad FL eſt, vt DF ad FI, nimirum vt BC ad CE; momentum totale Grauis, ex G pendentis, ad momentum eiuſdem, ex L ſuſpenſi, erit vt BC ad CE: ſed ex 5. præmiſſo poſt 4. prop. huius BC ad CE minorem habet rationem ea, quam habet angulus rectus CEB ad angulum CBE; pondus igitur totale Grauis, ex G pendentis, ad momentum eiuſdem, ex L ſuſpenſi, minorem rationem habebit, quàm angulus rectus CEB ad angulum CBE: momentum autem Grauis ex L ſuſpenſi, cùm Graue non premit, ſed tangit dumtaxat planum CB ex 6. propoſ. huius tract. æquale eſt momento, quod idem Graue habet in plano CB, cùm à Vecte GF non ſuſtinetur, momentum igitur totale Grauis ad momentum, quod habet in plano CB, cùm à Vecte non ſuſtinetur, habebit minorem rationem ea, quam habet angulus rectus CEB ad angulum eleuationis CBE. Non ergo momentum totale Grauis ad momentum in plano CB eſt, vt angulus rectus ad angulum CBE eleuationis, quemadmodum Staticæ ſtudioſus opinabatur. Quamobrem neque *Torricellius*, neque *ego ipſe*, in demonſtranda Galilæi ſententia *vſi ſumus argumentis*, *quæ æquè euincunt*, *momentum ad momentum eſſe*, *vt angulum rectum ad angulum eleuationis*, tantum enim à veritate abeſt, quòd momentum totale Grauis ad momentum in plano decliui CB ſit, vt angulus rectus ad angulum CBE, quantum abeſt, quòd BC ad CE eſſe poſſit, vt angulus rectus ad angulum CBE: Vnde nil mirum, ſi pag. 43. huius tractatus, tam in prima, quàm in ſecunda editione dicam (non tamen glorier) demonſtrationem, à me allatam pro ſtabiliendo Galilæi principio, nullius contradictionis capacem eſſe.

Secun-

Secunda difficultas.

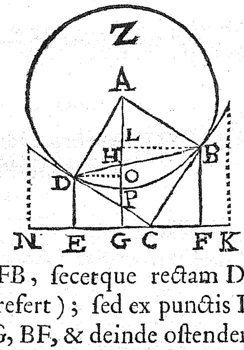
Articulus Primus.

Fundamentum ſecundæ difficultatis eſt huiuſmodi.

Admiſſa conſtructione Iordani, quòd Horizontalis perpendiculo AG ita diuidatur in G, vt recta GF æquetur perpendiculo BF, recta EG æquetur perpendiculo DE, recta verò DB ſecet in H perpendiculum AG, admittendum pariter eſt, quadrantem ABD per radium AH ita diuidi in duos angulos BAH, DAH, vt angulus BAH æquetur angulo eleuationis BCF, et angulus DAH æquetur angulo eleuationis DCE.

Reſponſio.

Conſtructio, & Demonſtratio tantum inter ſe diſtant, quantum organum, & harmonia, ſonorùſue concentus, ex organo deductus. Conſtructio, eſt linearum præparatio, ad propoſitum demonſtrandum accommodata: Demonſtratio verò eſt ordinata ratiocinatio, gradatim ad cognitionem veritatis rei propoſitæ ducens. Si paulò attentiùs ea perpendantur, quæ in 11. & 12. Prop. huius tractatus dico, clarè conſtabit, me non per conſtructionem ducere perpendicularem AG ita, vt



GE æqualis ſit ED, & GF ſit æqualis FB, ſecetque rectam DH in puncto H (quemadmodum obijcens refert); ſed ex punctis D, A, B demittere perpendiculares DE, AG, BF, & deinde oſtendere, ſuaptè natura ſequi, vt GE æqualis ſit ED, vt GF ſit æqualis FB, & AG ſecet rectam DB. Et profectò palmarem errorem admiſiſſem, ſi rectæ AG darem poſitionem, qua perpendicularis eſſet ad rectã EF, & poſtea alteram eidem darem, qua ita rectam EF diuideret, vt GE æqualis eſſe deberet ED, & GF æqualis FB. Concludo igitur, relationem obijcientis in hoc articulo, cum veritate nihil conſentire.

Articulus Secundus.

Porrò ſi licuit Iordano pag. 50. facere hoc argumentum: intelligatur recta DB, vti Vectis, qui ſuſtineatur in D, & B, & habeat Graue in H. Onus quod ſuſtinetur in B ad id, quod ſuſtinetur in D, eſt reciprocè vt EG ad FG, nimirum vt DE ad BF. Sed onus quod ſuſtinetur in B, æquatur momento globi in plano DC; onus, quod ſuſtinetur in D, æquatur momento globi in plano BC. Ergo momenta in planis DC, B C, ſunt, vt perpendicula DE, BF.

Reſponſio.

In hoc articulo obijciens non ipſa mea verba refert, ſed compendium quoddam, ſuo arbitrio conceptum, adducit. Primùm, ego non pono in conſtructione, vt pondus, quod ſuſtinetur in B, ad pondus, quod ſuſtinetur in D, ſit vt DH ad HB; ſed demonſtratiuè id deduco ex rebus, per Mechanicos in libra demonſtratis. Deinde nuſquam dixi, pondus, quod ſuſtinetur in B, æquale eſſe momento, quod Graue habet in ſolo plano DC, nimirum, quando ſeiunctum eſt à plano BC; & pondus, quod ſuſtinetur in D, æquale eſſe momento Grauis Z in ſolo plano BC. At qui Aduerſarius hæc affert, tanquam ſi ad verbum de meo tractatu deſcripſiſſet. Hìc verò aduertendum eſt, momentum Grauis, ex libra ſuſpenſi, tunc æquale eſſe momento, quod idem Graue habet in plano decliui, cùm Graue illud ſuſtinetur ab vno ſolo plano decliui, vt in 7. prop. huius opuſc. demonſtratum eſt; at ſi à duobus coeuntibus planis ſuſtineatur, momentum Grauis, ex libra ſuſpenſi, non eſſe æquale momento, quod idem Graue habet in alterutro planorum, niſi cùm concurrentia plana angulum, duabus tertijs partibus duorum rectorum æqualem, comprehendunt, & eleuationum anguli ſunt inter ſe æquales, vt colligitur ex 25. Prop. huius tract. neque ſuſpicari vllo modo poſſum, vnde nam de meo libello Obijcienti deducere licuerit, quòd, cùm angulus BCD, ſit rectus, mihi venire in mentem potuerit, pondus, quod ſuſtinetur in B, æquale eſſe momento libero Grauis Z in plano DC; certè in 18. prop. huius tract. contrarium demonſtraui. At condonemus Aduerſario, quidquid refert, & gratiæ nomine concedamus, pondus, quod ſuſtinetur in B, æquale eſſe momento libero, quod Graue Z habet in plano CD, & pondus item, quod ſuſtinetur in D, æquale momento libero in plano BC. Videamus iam, quid inde concludat.

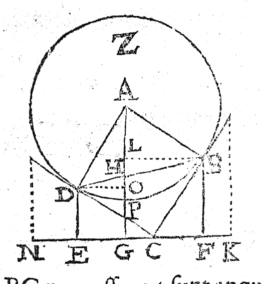
Arti-

Articulus Tertius.

Difficultas eſt, an æquè liceat facere hoc aliud argumentum. Intelligatur arcus DPB eſſe vectis, qui ſuſtineatur in D, & B. onus, quod ſuſtinetur in B, ad id, quod ſuſtinetur in D, eſt reciprocè vt angulus DAH ad angulum BAH; nimirum vt angulus DCE, ad BCF: ſed onus quod ſuſtinetur in B, æquatur momento globi in plano DC; & onus quod ſuſtinetur in D, æquatur momento globi in plano BC. ergo momenta in planis DC, BC, ſunt vt anguli eleuationis DCE, BCF. Mirum eſt, Iordanum non vidiſſe, hanc retorſionem factū iri ab aſſeclis ſententiæ in lucem editæ anno 1685. & à Iordano fruſtra impugnatæ.

Reſponſio.

Propoſitum, non admirationibus, ſed Geometricis rationibus, euincitur. Cùm dixi, potentiam in B ad pôtentiam in D, vel pondus, quod ſuſtinetur in B, ad pondus, quod ſuſtinetur in D, eſſe, vt DH ad HB, non arbitrariè dixi, ſed Geometricè probaui ex demonſtratis per mechanicos ſuis in operibus, Auctoreſque, & loca demonſtrationum protuli. At enim Aduerſarius, cùm dicit, pondus, quod ſuſtinetur in B, ad pondus, quod ſuſtinetur in D, eſſe, vt arcus DP ad arcum PB, neque ipſe id demonſtrat, neque vllum, qui demonſtrarit, allegat; quid ni igitur eius aſſertio principij petitionem ſapiat? Verùm, ne quid indemonſtratum prætermittam, iam probabo, momenta in planis DC, BC non eſſe, vt ſunt anguli eleuationum DCE, BCF.



Ex puncto B ducta intelligatur BL [a] ad rectos angulos cum AG, & ex puncto D recta DO ad angulos rectos cum AG; erit BL ſinus rectus anguli BAH, ideſt arcus BP, & recta DO ſinus anguli DAH, ideſt arcus DP. Conſiderentur triangula BLH, DOH [b] æquiangula, cùm rectæ DO, BL ſint inter ſe parallelæ; erit LB ad BH [c], vt OD ad ad DH; & permutando BL ad DO [d] erit, vt BH ad HD. Præterea, quia angulus BAP æqualis eſt angulo BCF, & angulus DAP æqualis angulo DCE (vt facile demonſtratu eſt) cùm angulus BCF ex hypotheſi maior ſit angulo DCE, erit angulus BAP maior angulo DAP, arcuſque BP maior arcu DP.

a 12. 1.
b 29. & 32 prop. lib. 1
c 4. 6.
d 16. 5.

Per 7.Prop. lib. 1. Almageſti Ptolemæi in Commento Io: de Monte Regio, & 28.Prop.1.lib.Bartholomæi Soueri de proport.curu.ac rect. arcus BP ad arcum PD maiorem rationem habet, quàm ſinus BL ad ſinum DO; ſed BL ad DO ex demonſtratis eſt, vt BH ad HD; habebit arcus BP ad arcum PD, [e] hoc

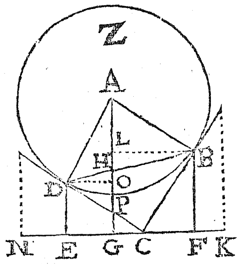
e 13.5. eſt, angulus BAP [f] ad angulum

f 33.6. DAP, maiorem rationem, quàm

g Coroll. 3. ad 2. propoſ. Guidubal. de Monte in tract. de Vecte. BH ad HD: BH ad HD [g] eſt, vt potentia in D ad potentiam in B, nimirum, vt pondus, quod ſuſtinetur in D, ad pondus, quod ſuſtinet ur in B; angulus igitur BAP ad an-

h 13.5. gulum DAB [h] maiorem habebit rationem, quàm pondus, quod ſuſtinetur in D, ad pondus, quod ſuſtinetur in B; angulus autem BAP æqualis eſt angulo BCF, & angulus DAP æqualis angulo DCE, habebit angulus BCF ad angulum DCE maiorem rationem, quàm pondus, quod ſuſtinetur in D, ad pondus, quod ſuſtinetur in B: ſed in ſententia Aduerſarij, pondus, quod ſuſtinetur in D, æquale eſt momento in plano BC, & pondus, quod ſuſtinetur in B, æquale momento in plano DC; habebit igitur

K 13.5. angulus BCF ad angulum DCE [K] maiorem rationem, quàm momentum in plano BC ad momentum in plano DC. Non ergo momenta in planis BC, CD ſunt, vt anguli eleuationum BCF, DCE. Quamobrem nulla retorſio mihi fieri poteſt ab aſſeclis (ſi tamen vlli ſunt) ſententiæ in lucem editæ anno 1685. & à me rectè impugnatæ.



Difficultas tertia.

Articulus Primus.

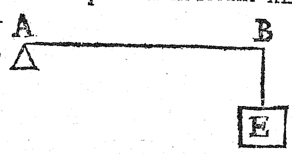
Fundamentum tertiæ difficultatis eſt huiuſmodi. Si Graue E 10.*librar. ex. gr. ſuſtineatur in* B; *potentia* B *exercet virtutem æqualem ponderi* 10. *libr. Si Graue* E *ſuſtineatur in* A, *potentia* A *exercet Virtutem multò maiorem pondere* 10.*librar. Propterea, in* 1.*caſu, Graue* E *exercet momentum ſolius Grauitatis totalis, in ſecundo, exercet momentum compoſitum ex totali grauitate, & ex diſtantia* BA.

Reſponſio.

Cùm Auctoris cuiuſpiam ſcripta examinantur, concipienda ſunt ad mentem ſcribentis, non aliorsùm trahenda, atque Auctor intelligit. Vbicunque locutus ſum de Grauibus, ab extremitati-

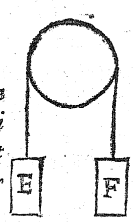
bus

bus vectium ſuſpenſis, ſemper in A fulcimentum intellexi, cui extremitas A Vectis ſolùm innititur; idque clariſſimis verbis, nulli æquiuocationi obnoxijs, expreſſi, ponendo potentiam ſolùm in extremitate B: neque vnquam potentiam in A intellexi, vt videre eſt in ſecunda parte exempli 2. & alijs in locis, vbi de Graui in extremitate Vectis loquutus ſum. Nulla quidem hac in re eſt difficultas, ſed Obijcens, addendo, quod ei libet, meæ hypotheſi difficultatem obtrudere conatur. Concludamus igitur, quod, poſita potentia in B, vbi ſemper illam intellexi, momentum Grauis E æquale eſt ſuo ponderi totali.



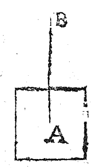
Articulus Secundus.

Rurſus ſi Grauia E, F, pendentia per filum ex trochlea faciant æquilibrium, ſunt inuicem æqualia: & licet ſibi mutuo impediant deſcenſum, neutrum tamen ſuſtinet partem vllam alterius ponderis, ſed vtrumque totaliter ſuſtinetur ab ipſa trochlea.



Reſponſio.

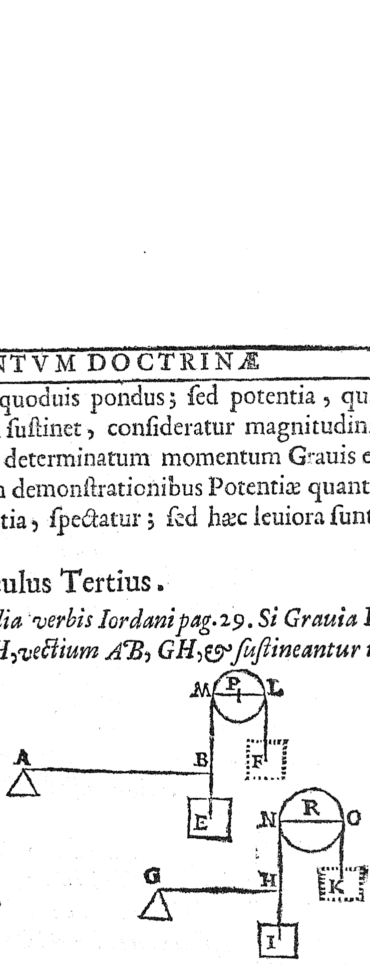
Intelligatur, quæſo, Graue A pendens ex filo BA, & in B ſit potentia, qua ſuſtineatur immobile. Indubitatum eſt, quòd potentia in B, ſuſtinendo Graue A immobile, nullum aliud officium facit, quàm impedire, quominùs Graue A deſcendat; ſuſtinere igitur Graue A, & impedire quominus deſcendat, ſunt ſynonyma. Iam, ſi, fatente aduerſario, Graue F impedit, quominus Graue E deſcendat; idem Graue F ſuſtinet Graue E. Vſus ipſe ſum hac voce *ſuſtinere*, non vero altera *impedire*; quia vox *impedire* æquiuoca eſt, ad varios quippe impediendi modos trahi poteſt, & vox ſuſtinere preſſiùs explicat impedimentum deſcenſus Grauium, quod in cauſa eſt, cur voce ſuſtinere ſemper vſi fuerint mechanici. Diſcrimen autem in ſuſtinendo inter fulcimentum, & potentiam, in hoc ſitum eſt, quòd fulcimentum, cui Vectis innititur, conſideratur infinitæ reſiſtentiæ, ideſt, aptum ad ſu-



ſtinendum indeterminatum quoduis pondus; ſed potentia, quæ alteram Vectis extremitatem ſuſtinet, conſideratur magnitudinis determinatæ ad ſuſtinendum determinatum momentum Grauis ex Vecte pendentis; Ideòque in demonſtrationibus Potentiæ quantitas, non fulcimenti reſiſtentia, ſpectatur; ſed hæc leuiora ſunt, quàm, vt ijs immoremur.

Articulus Tertius.

His poſitis tria ſunt difficilia verbis Iordani pag. 29. Si Grauia E, I, pendeant ab extremis B, H, vectium AB, GH, & ſuſtineantur in A, G; momenta eorum ſunt, vt pondera. Quia ſi eadem Grauia E, I, ſuſtineantur per trochleas à Grauibus F, K, Grauia F, E, ſunt æqualia, et ſimiliter Grauia K, I, ſunt æqualia. Nam.



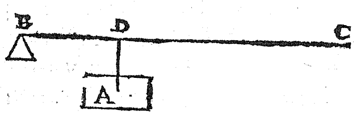
1. *Suſtentationes in A, G, confunduntur cum ſuſtentationibus in B, H.*

2. *Ex eo quod Grauia E, I, ſuſtentata in B, H, exerceant momenta ſolius grauitatis, malè negatur, quòd eadem Grauia ſuſtentata in A, G, exerceant momenta compoſita.*

3. *Falsò aſſeritur, Graue E ſuſtineri à Graui F, & Graue I à Graui K.*

Reſponſio.

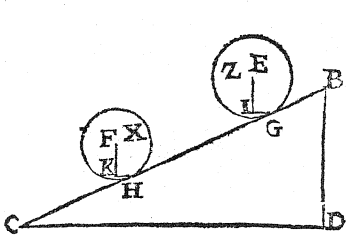
Ad primum. In exemplo 2. dictum fuit, ſi de vecte CB, cuius fulcimentum B, pendeat Graue A, quod à potentia in C ſuſtineatur, pondus totale diuidi in duo momenta, quorum vnum à fulcimento in B, alterum à potentia in C ſuſtinetur. Iam verò, cum dicitur, *momentum Grauis A, ex D ſuſpenſi*, non ea intelligitur pars ponderis, quæ fulcimento B ſuſtinetur,



ſed ea, quam potentia in C ſuſtinet, vt in reſponſione ad præcedentem articulum explicaui. Nec ſanè video, quomodo, cùm loquor de Graui, pendente ex Vecte, cuius vna extremitas fulcimento innititur, & altera à potentia ſuſtinetur, intelligendus ſim lo-

qui

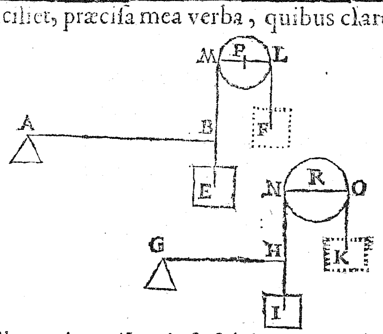
qui de alia ſuſtentatione, præter eam, quam potentia facit; tantò magis, quia in pag. 29. ne verbum quidem feci de ſuſtentatione in A, & G, ſed ſolùm locutus ſum de potentijs F, & K ſuſtinentibus extrema B, & H Vectium, ex quibus pendent Grauia E, I. Non igitur confundo ſuſtentationes in A, & G, cum ſuſtentationibus in B, & H, vt gratis aſſerit Aduerſarius.



Ad ſecundum; quia non defuit, qui aſſeruerit rationẽ momentorum duorum Grauium, vt Z, X, in eodem plano inclinato BC, compoſitam eſſe ex rationibus ponderum, & diſtantiarum IG, KH, ſumendo eaſdem diſtantias IG, KH tanquam duos Vectes, qui fulcimenta habeant in G, & H, Grauia verò ab extremitatibus I & K pendeant: quo in caſu Potentiæ, Grauia ſuſtinentes, non intelliguntur in contactibus G, H, ſed in extremitatibus I, K, vnde Grauia ipſa pendent: mihi idcircò, detecturo fallaciam, in huiuſmodi aſſumpto latentem, demonſtrandum fuit, momenta Grauium, à duorum ſeiunctorum Vectium extremitatibus pendentium (cùm Potentiæ ſuſtinentes non ſunt in fulcimentis, at in extremitatibus, vnde Grauia pendent) non habere rationem compoſitam ex rationibus ponderum, & diſtantiarum, ſed inter ſe eſſe, vt eorum pondera totalia. Et quamuis in prima Editione non expreſſerim in propoſitionis textu, hoc tum intelligi, cùm potentiæ ſuſtinentes ſunt in Vectium, vnde Grauia pendent, extremitatibus, non verò in fulcimentis; cùm tamen in conſtructione poſuerim potentias non alibi, quàm in extremitatibus, vnde Grauia ſuſpenduntur, & ſecundùm talem conſtructionem propoſitum meum demonſtrauerim, huiuſmodi demonſtratio valet eo ſolo caſu, quo potentiæ ſunt in extremitatibus, vnde pendent Grauia, nec aliam pati poteſt interpretationem niſi ab ijs, qui contentiones ament. Neque verò capio, quo nam pacto Obijciens ea mihi velit affingere, quæ nunquam à me dicta. Nunquam ſcilicet expreſſi, aut intellexi, ibi potentias, vbi ſunt fulcimenta, quibus dumtaxat nituntur Vectium extremitates. Quid ni ſola expreſſio, quod fulcimenta in A, & G poſuerim, ſatis ſit ad declarandum, Potentias in A, & G non intelligi? Enim verò Aduerſarius,

vt

vt robur obiectioni ſuæ conciliet, præciſa mea verba, quibus clarè pono fulcimenta in extremis A,G prætermittit. Concludendum eſt igitur, minimè verum eſſe, me negauiſſe (vt Obijcens aſſerit) momēta Grauium, pendentiumà duorum Vectiū extremitatibus, habere rationem compoſitam ex rationibus ponderum, & diſtantiarum,

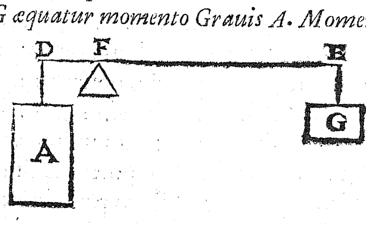


quando potentiæ ſunt in ſitibus, in quibus ipſe fulcimenta collocaui. Ad meam igitur refellendam Demonſtrationem, non debuerat Obijciens aliquid Marte ſuo comminiſci, & potentias, quas ego in B,& H collocaui, nimirum duas F,K, falsò collocare in A, & G, id quod ne ſomniaui quidem: ſed neceſse fuerat pro ſe afferre vnam aliquam demonſtrationem, quæ vel meum ſophiſma detegeret, vel contrarium probaret. Cum Geometris enim geometricè contendendum eſt.

Ad tertium tandem. Legatur, quæſo, reſponſio ad ſecundum articulum; ex illa enim conſtabit iſtius difficultatis infirmitas.

Difficultas Quarta.

Fundamentum quartæ difficultatis deſumitur ex Vecte DE, qui detineatur in æquilibrio à ponderibus inæqualibus A,G. De his ita Iordanus pag. 8. Momentū Grauis G æquatur momento Grauis A. Momentum Grauis A æquatur ſuo ponderi totali. Ergo momentum Grauis G æquatur ponderi totali Grauis A. pondus totale Grauis A eſt maius pondere totali Grauis G. ergo momentum Grauis G eſt maius pondere totali eiuſdem Grauis G. Difficultas eſt, an æquè bonum ſit hoc aliud argumentum: Momentum Grauis A æquatur momento Grauis G. Momentum Grauis G æquatur ſuo ponderi totali. ergo momentum Grauis A æquatur ponderi totali Grauis G: pondus totale Grauis G eſt minus pondere totali Grauis A. ergo momentum Grauis



Digitized by Google

A eſt minus pondere totali eiuſdem Grauis A. Porrò eſſe futile vtrumque argumentum nemo non videt.

Reſponſio.

Hactenus obijciens in difficultatibus proponendis ſuo iure meas aſſertiones alterauit; Hic verò aliam init viam: reijcit, quod non debet, quodque difficultatem habere poteſt, admittit. In 4. exemplo primæ editionis ſuppoſui, cùm inæqualia duo Grauia ſunt in æquilibrio, momentum minoris Grauis ex maiore diſtantia ſuſpenſi, æquale eſſe ponderi totali maioris, & quia momentum minoris æquale eſt momento maioris, cùm Grauia ſint in æquilibrio, ex dicta ſuppoſitione clarè ſequitur, momentum maioris æquale eſſe ponderi totali eiuſdem maioris Grauis. Iuxta eandem hypotheſim formans argumentum, ab Obijciente relatum, infero, hanc veram concluſionem, momentum minoris Grauis maius eſſe totali pondere ipſius minoris Grauis: In quo ſanè argumento videtur nullum vitium Aduerſarius agnouiſſe, quia cùm debuiſſet negare illam ſuppoſitionem, qua nititur argumentum, & in quam difficultas poteſt cadere, retorquet argumentum. Certè, ſi admittit primam illam meā ſuppoſitionem, nihilque illi obijcit, eius argumentum eſt falſum, quatenus in eo aſſeritur, momentum minoris Grauis æquale eſſe ponderi totali ipſius minoris Grauis; hoc enim in omnibus caſibus, & determinationibus magnitudinum momentorum à vero abhorret: Quamobrem retorſio nullius eſt roboris. Conſulatur tamen ſecunda hæc impreſſio, in qua, priore mea ſuppoſitione mutata in infallibilem demonſtrationē geometricā, quantitas momenti vtriuslibet inæqualium Grauium, pendentium ex inæqualium brachiorum libra, determinatur, faciliùſque ea omnia, quæ ex priore ſuppoſitione pendebant, concluduntur.

Difficultas Quinta, & Vltima.

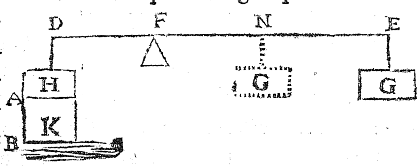
Fundamentum quintæ difficultatis deſumitur ex eodem vecte DE, in quo ſupponamus, pondera H, & K eſſe ſingula 5. librar. ex ijſque conflari Graue A 10. librar. Graue G ſit 5. librar. ac diſtantia EF ſit dupla diſtantiæ DF, & diſtantiæ NF. His poſitis. Difficultas emergit ex verbis Iordani pag. 13. Si Graue G in N tantum ponderat, quantum Graue H, & idem Graue G in E tantum ponderat, quantum A; euidens eſt, quòd diſtantia NE tantam auxerit grauitatem Graui G, quantum eſt pondus totale K. Ex hoc poſtremo aſſerto ſequitur ful-

crum

crum F grauari pondere 20. librar. Sed hoc eſt falſum, quia fulcrum F grauatur pondere 15. librar. dumtaxat. Ergo, non euidens ſed falſum eſt, quòd diſtantia NE augeat vllatenus Grauitatem Graui G.

Reſponſio.

Ignoro, quonam modo obijciens ſuam hanc concluſionem ſuſtinere poſſit *Ergo non euidens ſed falſum eſt, quod diſtantia NE augeat vllatenus grauitatem Graui G.* Inſpiciat, rogo, quartum huius nouæ impreſſionis exēplum, vbi probatum inueniet, momentum minoris Grauis G eſſe tantò maius totali pondere ipſius Grauis G, quanta



eſt medietas differentiæ inter pondus totale minoris Grauis G, ac pondus totale maioris Grauis A: ex quo manifeſtum eſt, quòd diſtantia NE auxerit ponderi totali Grauis G tantam grauitatē, quanta eſt medietas differentiæ inter pondus totale Grauis G, ac pondus totale Grauis A, quæ iuxta dictum calculum erit libr. 2. $\frac{1}{2}$; & quia diſtantia NE tantam grauitatem addit ponderi G, quantam detrahit ponderi A, inito calculo, inuenietur, fulcimentum F ſuſtinere pondus librar. 15. falſum eſt igitur, quod diſtantia NE nullam augeat grauitatem ponderi G.

Ex dictis autem ſequentes concluſiones deducuntur.

Fig. pag. 86. 1. Momentum totale Grauis ad momentum in plano decliui CB non eſt, vt angulus rectus CEB ad angulum eleuationis CBE; ſed ex demonſtratis in 7. propoſ. eſt, vt longitudo ipſius plani decliuis CB ad perpendiculum CE.

Fig. pag. 90. 2. Momenta Grauium in planis decliuibus DC, BC non ſunt, vt anguli eleuationum DCE, BCF; ſed ſunt, vt ſinus eorundem angulorum.

3. Falſa eſt aſſertio, quòd Grauia, in æquilibrio de orbiculo pendentia, alterum alterum non ſuſtineat.

4. Falſa eſt concluſio, quòd differentia diſtantiarum Grauium inæqualium, in æquilibrio pendentium ex libra inæqualium brachiorum, nullam augeat grauitatem minori Graui, ex maiore diſtantia ſuſpenſo.

F I N I S.

Digitized by Google

CONTRA SYNOPSIM

Inueſtigationis Momentorum, quibus Grauia tendunt deorsùm.

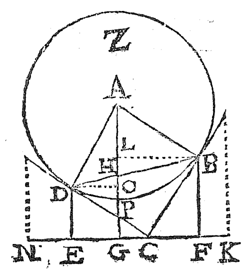
AD prędictam Synopſim nullâ quidem reſponſione opus eſſet; continet enim puram tautologiam eorum, quę ſunt in noſtro hoc opuſculo confutata. Verùm ne cuipiam, minùs mechanices perito, videretur, ipſa Synopſis aliquid validi contra meam ſententiam afferre ob hoc ipſum, quòd nihil ad illam reſponderetur; cenſui idcircò, quàm breuiſſimè indicandam eſſe fallaciam, quæ hâc ſuper re mentem Auctoris in tantum occupauit, vt ſuâ de ſententia detrudi non poſſit, quamuis geometricis demonſtrationibus infirmatâ.

Cùm obſeruo difficultates, obiectiones, & reſponſa, quæ Auctor iſte in aliorum doctrinas congerit, non poſſum, quin concludam, aut ipſum non ſatis accuratè legere illorum ſcripta, quibus aduerſatur; aut ſuæ opinionis amantem, parùm de quacunque ratione, quę contra ſe afferatur, laborare.

Hoc, quod concludo, patet ex modo ipſo, quem is tenet in refellendis rationibus aliorum; Nunquam enim geometricè detegit, ſi quod in illis eſt, ſophiſma; ſed alios atque alios conſuit modos, quibus fulcire ſtudet priorem ſententiam ſuam, quique, licet prima fronte gratiam quandam nouitatis habeant, re ipſa tamen ſunt veteres illi, à me de falſitate conuicti.

Quis non videat, Synopſis Auctorem ſumere pro fundamento, medioue termino eius, quod vult probare, illud ipſum principium, quod eſt in controuerſia, quodque vt falſum ab alijs eſt reiectum? Inſpiciatur ſequens figura.
Ponit, quod Graue Z exerceat momenta in planis BC, CD ſecundùm rectas AD, AB; ſed hoc fieri nequit, cùm apud omnes mechanicos rectę AD, AB, ſint lineæ motuum, non verò propenſionum, & ſola perpendicularis AG repræſentet lineam propenſionis, ſecundùm quam Graue Z exercet momenta libera in ipſis planis, cùm

ſunt ſeiuncta; id quod conſtat ex Prop. 14. huius, vbi Geometricè demonſtraui, quòd ſi plana BC, CD ponantur concurrentia in C ad angulos rectos, grauitationes, quas Graue Z facit in planis BC, CD, ſunt diuerſæ à momentis liberis, quæ idem Graue Z exercet in ipſis planis, cùm plana ſeiuncta ſunt: Hinc eſt, quòd licet grauitationes, quas ſuſtinent plana concurrentia BC, CD, ſimul ſumptæ componant pondus totale Grauis Z, nihilominus momenta libera, quæ Graue Z exercet in ijſdem planis DC, BC, cùm ſunt ſeiuncta, non componunt pondus totale Grauis Z niſi in vno caſu, vt patet ex demonſtratis in Prop. 18. 25. 26. 27. 28. earumque Corollarijs. Rogo igitur Synopſis Auctorem, ne velit confundere momenta libera, quæ in ſeiunctis planis Graue exercet, cum grauitationibus, quas facit in planis concurrentibus; ſic enim facilè reperiet, quidquid in Corollario 7. & in ſequente Scholio contra me ponit, id totum eſſe falſum. Quod verò in Scholio ſcribit *momenta globi ſuper DC, BC, ſunt, vt anguli DCE, BCF*, contrarium accuratè legat demonſtratum in Prop. 13. & in præced. Appendice huius Tractatus.



Addo, quòd cùm in 7. Propoſ. geometricè demonſtrauerim Veritatem principij Galilæi, ſequitur, vt falſum ſit principium, quod aſſumit Auctor Synopſis, Exegeſis, & Speciminis: Vnum ſiquidem alteri opponitur, nec ab vtroque ſimul veritas ſtare poteſt. Cur, ſi Galilæi principium eſt falſum, in Synopſi nullum facit verbum de mea demonſtratione? Si demonſtratio concludit, cur in oppoſitâ ſententia perſiſtit? Si non concludit, cur ſophiſma non affert? At miſſum facio Galilæi principium: ſine illius ope, demonſtraui ſeorsùm in Propoſitione 13. & 15. falſitatem eorum quæ in Exegeſi Auctor aſſumpſit; ſi meæ demonſtrationes concludunt, actum eſt de Exegeſi; ſi errore aliquo laborant, quid verbis opus eſt? errorem geometricè manifeſtet. Et quia non is ſum, qui verboſis altercationibus velim bonas horas ludere, ingenuè fateor, ac declaro, me deinceps nemini reſponſurum eſſe ſuper hâc materiâ, niſi geometricè repererit, mihique oſtenderit Sophiſma, ſi quod ſit, in Prop. 7. & alijs huius opuſculi.

VITALIS IORDANI BITONTINI

IN ROMANO ARCHIGYMNASIO, Nec non in Regia Gallorum Academia in Vrbe Matheſeos Profeſſoris

De Componendis Grauium momentis

DISSERTATIO.

ROMÆ, Typis Angeli Bernabò, M.DC.LXXXVII.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

ILLVSTRISS. AC REVERENDISS. PRAESVLI

MARCO ANTONIO BVRATTO,

BASILICÆ PRINCIPIS APOSTOLORVM DE Vrbe Canonico, Congregationis Boni Regiminis Ponenti, Signaturę Iuſtitiæ Votanti, Sacri Conſiſtorij Aduocato, Romani Archigymnaſij Bibliothecario, & Rectori Vigilantiſsimo.

VITALIS IORDANVS FELICITATEM

COGITANTI mihi, cui potiſsimùm Nomini meam hanc Diſſertationem inſcriberem, feliciter occurrit tuũ, Illuſtriſsime ac Reuerendiſsime Domine, quod illam ſibi iure ſuo quodammodo vendicaret; Cùm enim conſtet, quanta amoris vi, & Patrocinij ſingularitate Romani Licæi Profeſſores, in quorum ſum numero, complectaris, quantàque ſedulitate decori, conſeruationi, incremento literarum inuigiles, quis dubitabit, quin Tibi, integerrimo ſtudiorum Moderatori, quidquid Ingenia conantur, merito debeatur?

Tuo

Digitized by Google

Tuo igitur Nomine inſignita, in lucem prodit hæc Diſsertatio, in qua Grauium momenta per additionem componi, non per multiplicationem, rogatu plurimorum oſtendo; eamque vel ex hoc Tibi ſiſto libentiùs, quòd videam, Opuſculo de Grauium momentis multum momenti, & grauitatis Auctoritate Tua additum iri. Quamobrem Tuæ Humanitatis erit hoc mihi largiri, vt qua beneuolentia literas, & bonas artes tueris, ac foues, ea meum hoc munuſculum, puſillum quamuis prægrandis obſequij pignus, excipias.

Digitized by Google

AD LECTOREM

IN ipſo te aditu ſiſto, Lector beneuole; de ſcribendi enim occaſione te paucis edocere viſum eſt. In libello, ſuperioribus menſibus edito, atque inſcripto *Exegeſes Phyſico Mathematicæ de momentis Grauium, de Vecte, ac de motu æquabiliter accelerato* Auctor Anonymus aduerſùm Steuini, Galilęi, aliorumque ſententiam, ingenioſè demonſtrandum propoſuit *momentum partiale globi ſuper plano decliui ad momentum ſuum totale non eſſe, vt perpendiculum ad longitudinem plani decliuis*: Exiſtimauit Quidam non modò ſubtilem Anonymi doctrinam hoc ſophiſmate laborare, quòd in eâ componantur momenta Grauium per additionem, cùm ſint re uerâ componenda per multiplicationem, verùm etiam Iſaacum Barrovv, ac R. P. Caſatum ſibi adſtipulari. At alijs aliud ſentientibus, res eò deuenit, vt dubitatum fuerit, per additionem ne, an per multiplicationem eſſent componenda momenta Grauium.

Hoc dubio inter Mathematicos in dies increbreſcente, à meis, ijſque pluribus, Diſcipulis, totâ formè Europâ longè diſſitis, etiam atque etiam rogatus, vt in eorum gratiam, ac Reipublicæ literariæ vtilitatem, ſententiam

ſuper

Digitized by Google

ſuper illo exponerem meam, non potui, quin hanc diſſertationem, qualiſcunque futura eſſet, meditarer, eâ ratus, & veritati me feliciter detracturum laruam, & poſtulatis vberrimè ſatisfacturum. Atque hæc ſunt omninò, quæ occaſionem mihi ad ſcribendum obtulerunt, amice Lector. Reliquũ nunc eſt, vt meum hoc opuſculum, tuo ſubiectum iudicio, pro ingenuitate tuâ, atque humanitate, boni conſulas.

Imprimatur.
Si videbitur Reuerendiſſimo Patri Magiſtro Sacri Palatij Apoſtolici.

S. M. C. Archiepiſ. Cirenen. Viceſgerens.

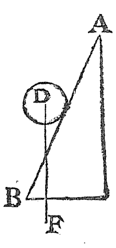
Imprimatur.
Fr. Ioſeph Clarionus Sacræ Theologiæ Profeſſor, ac Reuerendiſſimi Patris Fr. Dominici Mariæ Puteobonelli Sacri Apoſtolici Palatij Magiſtri Socius Ordinis Prædicatorum.

Digitized by Google

ANTEQVAM ad rem ipſam aggrediar, duo iuuat quam breuiſſimè expendere; Primum, quid vocibus ponderum, momentorum totalium, ac partialium ſignificetur; alterum, quid ſuper hac materia cenſeant Barrovv, & Caſatus.

Et primò quidem pondus totale, vel momentum totale dicitur propenſio illa, qua Graue, ſi liberum relinqueretur in aere, motum deſcenſiuum inchoaret; Partialia verò momenta ſunt partes momenti totalis. Exemplo res illuſtratur.

Intelligatur Graue D in plano inclinato AB, ſitque DE linea directionis, ſecundùm quam Graue D propenſionem ad motum deorſum exercet. Quia planum AB reſiſtendo, ſuſtinet partem ponderis totalis Grauis D, hoc fit, vt pondus totale Grauis D diuidatur in duo momenta partialia, vnum illud eſt, quod ei à plano inclinato detrahitur, & dicitur momentum impeditum, vel momentum reſiſtentiæ; alterum eſt propenſio illa deſcenſiua, qua Graue D, in ſua libertate relictum, inchoaret motum deſcenſiuum per planum AB, & dicitur momentum liberum, vel non impeditum in plano AB.



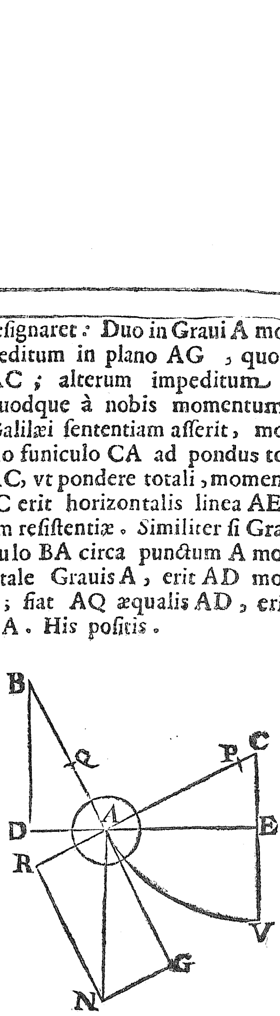
Iam verò, quia Graui D, in ſe ſpectato, nulla ineſt alia propenſio deſcenſiua præter eam, quā ſuum illi totale pondus tribuit, indubitatum erit, quòd addito pondere, ſeu momento, quod à plano BA detrahitur, ponderi, ſeu momento non impedito, quod ei remanet, aggregatum æquabitur ponderi ſuo totali: In quo ſanè Mechanici omnes conſentiunt, nec diſcrepat R. P. Caſatus, vt videre eſt pag. 88. eius mechanic. Grauium igitur momenta partialia ſunt partes ponderis totalis.

Quantùm verò ad Barrovv, & Caſatum, optarem ſanè, vt mathematici abſtinerent auctoritatibus, ne quem, vel inuitum, in examen alienæ Doctrinę traherent; cùm minimè laudabile ſit, virorum à ſapientia illuſtrium opera cenſere, niſi in laudem ſuorum Auctorum, qui totum vitæ ſpatium commodo Reipublicæ literariæ ſponte per labores, ac vigilias addixerint; eòque fit, vt in examinandis Auctoribus, vel ea, quæ errore fortè aliquo inficiuntur, legenda ipſe cenſeam, & perpendenda, quòd eò non nunquam ſubtilitatis deueniant, vt ab ipſo errore ingenioſus lector multùm fructus, ac luminis ſibi poſſit mutuari. At quoniā res ita fert, ne lector quidpiam, quod ſibi conducat, in hac diſſertatione deſideret, allatos Auctores mihi liceat intus, & in cute noſcere.

Barrovv quidem nihil habet, quod faciat ad momentorum vnionem; ſolùm enim in tractatu de æqueponderantibus per Corollarium infert, momenta Grauium ſe ad inuicem habere, vt ipſa Grauia ducta in ſuas diſtantias. Hoc certè non eſt, momenta Grauium componi per multiplicationem, vt falſo putabatur.

R.P. Caſatus nouum in ſuis mechanicis cogitatum acutiſſimè promouet ad hunc modum. Conſiderat Graue A, ex duplici funiculo BA, AC ſuſpenſum; primò verò conſiderat funicula diſiuncta, ideſt intelligit Graue A pendens è ſolo funiculo CA, circa punctum C mobili

ita, vt ſi moueretur, arcum AV deſignaret: Duo in Graui A momenta contemplatur; vnum non impeditum in plano AG, quod eſt ad angulos rectos cum funiculo AC; alterum impeditum, quod exercet contra punctum C, quodque à nobis momentum reſiſtentiæ vocabitur. Deinde iuxta Galilæi ſententiam aſſerit, momentum non impeditum Grauis A in ſolo funiculo CA ad pondus totale eſſe, vt AE ad AC: Poſito itaque AC, vt pondere totali, momentum non impeditum in ſolo funiculo AC erit horizontalis linea AE. Fiat AP æqualis AE, erit PC momentum reſiſtentiæ. Similiter ſi Graue A ſuſpenſum intelligatur è ſolo funiculo BA circa punctum A mobili, ponaturque BA, vt momentum totale Grauis A, erit AD momentum non impeditum eiuſdem Grauis; fiat AQ æqualis AD, erit QB momentum reſiſtentiæ in funiculo BA. His poſitis.



Concipit P. Caſatus Graue A ſuſpenſum ex vtroque funiculo, in centrum Grauis A coeunte, & abſque vlla demonſtratione ſupponit funiculum BA ſuſtinere duo momenta, momentum ſcilicet AE vel AP non impeditum Grauis A, cùm pendet è ſolo funiculo CA, & momentum reſiſtentiæ QB, quod Graue exercet in punctũ B: ſic & funiculum CA duo ſuſtinet momenta, nempe momentum non impeditum DA, vel AQ, & momentum reſiſtentiæ PC. In vnum verò collectis quatuor momentis AQ, AP, QB, PC, reperit hic Auctor, ſummam æquari momentis totalibus AB, AC; quare ſi ponatur momentum totale AC æquale momento totali AB, tota ſumma erit dupla ponderis totalis Grauis A, quod P. Caſatus cenſet abſurdum; & reuera maximè abſurdũ eſſet, ſi momẽta, quæ ſuſtinẽtur funiculis coniunctis BA, AC colligatis ad puncta B & C, excederent pondus totale Grauis A.

Quantum profectò attentionis, ac perſpicaciæ exigitur in nouo aliquo ſtabiliendo Principio! Supponit P. Caſatus, funiculum BA ſuſtinere momentum non impeditum AP, & momentum reſiſtentiæ BQ: Item funiculum AC ſuſtinere momentum non impeditum AQ, & momentum reſiſtentiæ PC: Dein verò abſurdum putat, quòd quatuor momenta AP, AQ, PC, QB coaleſcant in ſummam duorum momentorum totalium AB, AC, ideſt in duplum ponderis totalis Grauis A; perinde quaſi eius hypotheſis non ſit mera conſtructio. Quid aliud ſibi volunt hæc verba, concipio funiculum BA ſuſtinere duo momenta AP, QB, & funiculum CA ſuſtinere duo momenta AQ, PC, quàm quòd ſupponatur, funicula BA, CA ſuſtinere duo momenta totalia BA, CA?

Cùm ex aliqua hypotheſi bonus Geometra deducit abſurdum, illicò falſitatem concludit hypotheſis. Si huiuſmodi abſurdum P. Caſatus ex communibus Mechanicorum Principijs inferret, ea vtique damnanda eſſe rectè concluderet, meritòque iure aliud magis idoneum

prin-

Principium ſtabilire conaretur. At cùm à ſua hypotheſi promanet abſurdum, quid ni, vt doctus Geometra, concludit ingenuè falſitate illam laborare? Remoueat hypotheſin, quòd funiculum BA ſuſtineat momenta AP, BQ, & funiculum CA ſuſtineat momenta AQ, PC; & continuò reperiet, Vires funiculorum BA, CA, pondus A ſimul ſuſtinentium, pondus totale Grauis A non excedere.

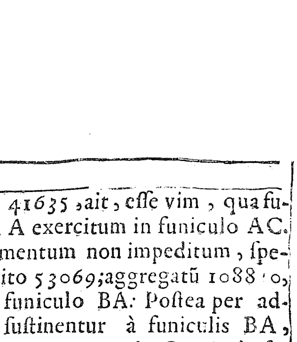
Aduertit Galilæus in mechanic. diſtantias in libra retorta non eſſe longitudines AC, AB, ſed horizontales lineas EA, AD, interceptas puncto A, & punctis D, E, quò cadunt perpendicula CE, BD: id quod faciliter demonſtrari poteſt. Itaque, ſi iuxta omnes mechanicos, vt DE ad EA, ita fiat pondus totale Grauis A ad aliam quantitatem, ea erit potentia, ſeu vis, neceſſaria Brachio AB ad ſuſtinendam partem ponderis, quam Graue A exercet in AB; Rurſus ſi fiat, vt ED ad DA, ita pondus totale Grauis A ad aliam quantitatem, illa erit potentia, ſeu vis neceſſaria brachio AC ad ſuſtinendam ponderis partem, quam Graue A exercet in AC: vnde potentijs in vnam collectis, ggregatum ponderi totali Grauis A erit æquale.

Si P. Caſatus aduertiſſet, Graue ſuper duobus planis inclinatis, vel funiculis coniunctis BA, CA nulla exercere momenta non impedita, ſed omnia eſſe impedita, atque in huiuſmodi caſibus inquiri ſolùm potentias, aut vires neceſſarias ad illud ſuſtinendum (funicula enim BA, CA fixa in punctis B & C exhibent libram ſeu vectem retortum) non dixiſſet equidem, funiculum BA ſuſtinere momentum non impeditum Grauis A ſuſpenſi ex ſolo funiculo AC, & funiculum CA ſuſtinere momentum non impeditum Grauis A ſuſpenſi è ſolo funiculo BA; non ſibi perſuaſiſſet, Graue A in funiculis coniunctis exercere propenſiones ſuas ſecundũ rectas AG, AR ad angulos rectos cum funiculis AC, BA; hæ enim, vt doctiſſimè inquit R. P. Eſchinardus in ſuo tractatu de impetu, ſunt lineæ motuum, non verò propenſionum; non aſſeruiſſet, momenta non impedita Grauis in funiculis ſeiunctis temperari, & conflare momentum Grauis ſuſpenſi ex funiculis coniunctis; non demum reperiſſet in ſua hypotheſi, momentum totale Grauis ſuſpenſi ex funiculis coniunctis multò plus dimidio maius eſſe pondere ſuo totali. Hinc nihil vrget, quod addit in pag. 108; illa enim experientia caſui noſtro minimè accomodatur: cùm ibi ſupponatur fixum vnum tantùm extremum funiculi, alterum verò, ad quod pondus alligatum eſt, circa orbiculam liberè verſetur: In noſtro autem caſu vtrumque funiculi extremum fixum ſit in punctis B, & C, & hac de cauſa inſtar vectis, ſeu libræ retortæ, conſiderandum.

Maneat igitur, nouam hypotheſin P. Caſati ingenioſam quidem, ac ſubtilem eſſe; ſed vero neque conſonam, neque ſimilem, adeòque momenta, quæ Graue exercet in funiculis ſeiunctis non conflare momentum temperatum, quapropter infirmantur, quæ dicit idem Auctor in pag. 103, momenta ſcilicet Grauis in funicnlis ſeiunctis non componi per additionem, ſed temperari. Tanto magis, quia etiam non reiecta eius hypotheſi, ipſe quoque momenta Grauium per additionem alibi compoſuit, vt videre eſt in pag. 107. vbi per additionem componit momentum non impeditum ſpectans ad AC, 25852 cum

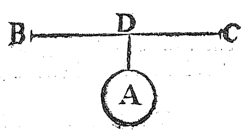
momento impedito 15783; aggregatum 41635, ait, eſſe vim, qua funiculum AC ſuſtinet momentum, à Graui A exercitum in funiculo AC. Præterea per additionem componit momentum non impeditum, ſpectans ad AB 55761. cum momento impedito 53069; aggregatū 1088[illegible]o, ait, eſſe momentum, quod ſuſtinetur à funiculo BA: Poſtea per additionem componit duo momenta, quæ ſuſtinentur à funiculis BA, AC, & aggregatum 150465, ait, eſſe momentum totale Grauis A ſuſpenſi ex vtroque funiculo.

Quòd autem P. Caſatus in componendis momentis nullo pacto admittat multiplicationem, ex eius doctrina manifeſtum eſt. Vult enim vir doctiſſimus, Graue A pendens ex ſolo funiculo CA exercere momentum non impeditum in plano AG æquali momento AE, idemque Graue A pendens ex ſolo funiculo BC exercere momentum in plano AR æquali momento AD, & quia mobile in A, quod moueatur duplici impetu æquabili ex A in G, & ex A in R temperat ſuum impetum æquabiliter per diagonalem AN, ideò vult præfatus Auctor, rectam AN eſſe momentum, ex momentis AG, AR conflatum. Non igitur ait P. Caſatus, ad componenda Grauium momenta opus eſſe multiplicatione, item nec velocitate, nec tempore; licet enim in explicanda ſua momentorum temperatione, vocem aliquam motus, ſeu velocitatis interſeruerit, factum id fuit, quia exemplum præbuit in mobili, non in propenſione Grauis: Imò quantumlibet diligens fuerim in opere huius Auctoris perlegendo, nuſquam inueni verbum, quòd eò ſpectet, vt momenta Grauium componantur per multiplicationem: Hoc tamen vnum occurrit, quod momenta AG, AR temperantur ita, vt diagonalis AN repræſentet compoſitum ex momentis AG, AR. Si igitur in ſententia P. Caſati diagonalis AN eſt compoſitum ex momentis AG, AR, & momenta AG, AR per multiplicationem componerentur, diagonalis AN eſſet productum ex multiplicatione laterum AG, AR; ſed ex multiplicatione laterū AC, AR ex 1. Prop. 2. lib. Eucl. (cùm angulus RAG rectus eſt) prouenit ſuperficies rectanguli RG; eſſet igitur ſuperficies rectāguli RG æqualis diagonali AN; quo nihil excogitari poteſt abſurdius. Non ergo in ſententia P. Caſati momenta Grauiū per multiplicationē componuntur.



At inquiet aliquis. Intelligatur Graue A pendens ex vecte, ſeu libra BC, quæ ſuſtineatur à duabus potentijs in B & C; ſit verò BD æqualis DC; ex 3. coroll. ad 2. Prop. Guidi Vbaldi à Monte in tract. de vecte, potentia in B ad potentiam in C erit, vt CD ad DB; ſed CD æqualis eſt DB, erit potentia in B æqualis potentiæ in C, & cùm potentiæ in B & C, ſuſtinentes pondus A, efficiant tantam vim, quantum eſt pondus A; ſi pondus A eſſet lib. 20. potentia in B ſuſtinebit 10, & potentia in C etiam 10: Quapro[illegible]ter

momenta, quæ Graue A exercet in B, & C, ſingula erunt libr. 10. Si igitur momentum in B libr. 10 multiplicetur per 2, ideſt per numerum æqualium momentorum B & C, conſurget pondus Grauis A libr. 20; Ideòque momenta in B & C per muliplicationem componuntur.



Si tale ipſe conficerem argumentum, poſſem vtique accuſari de inſcitia primorum principiorum Arithmetices; duplare enim, triplare, quadruplare &c. non eſt vnam quantitatem multiplicare per alteram, ſed eſt multiplicare vnam quantitatem per numerum quātitatum æqualium multiplicandarum. Multiplicare eſt, toties multiplicatum ſumere, quot Vnitates ſunt in multiplicante; ſi igitur ſumatur momentum in B, vt multiplicatum, momentum verò in C, vt multiplicans, toties ſumendus erit numerus librarum momenti in B, quot Vnitates ſunt in numero librarum momenti in C, ideſt multiplicandæ ſunt libræ 10 momenti in B per libras 10 momenti in C, & qui conſurget numerus, erit 100; ſed ex dictis duo momenta B & C ſimul compoſita æquantur ponderi A; ergo pondus A eſſet librarum 100, quod eſt contra hypotheſin; fuit enim ſuppoſitum librarum 20.

Vna igitur defendendi huiuſmodi aſſerti ratio eſt, errorem fateri; vnus quippe error in re vna condonari poteſt, quia ceterarum rerum non arguit inſcitiam. Non aſpernandi, qui errant, cùm id humanum ſit; ij aſpernandi, qui & errant, & defendendo amant errorem.

Hactenus de Barrovv, & Caſato. Reliquum nunc eſt, vt meam ferendo ſententiam, & veritatis tramitem indicem, & frequentibus Diſcipulorum, vt par eſt, votis indulgeam.

Dico igitur, momenta Grauium ſuper planis inclinatis componi per addititionem, non verò per multiplicationem. Meam verò ſententiam Geometricis demonſtrationibus, more Mathematicorum, firmo; quæ ſanè valent etiam in momentis Grauium in funiculis ſeiunctis, vt plus inde roboris accedat ijs, quæ de R.P. Caſati hypotheſi nuper diximus.

DEFINITIO.

Grauia, quorum æquales moles æquales habent grauitates, hoc eſt, æqualia habent pondera totalia, dicuntur eiuſdem ſpeciei.

MONITVM PRIMVM.

Grauia omnia, de quibus in futurum, intelligantur eiuſdem ſpeciei; momentum verò Grauis, ſi nulla plani, in quo ſit, mentio fiat, illud intelligatur, quod Graue habet in plano, in quo eſt.

Digitized by Google

MONITVM SECVNDVM.

Citationes, ad marginem appoſitæ, vbi nullus Auctor exprimitur, mei Euclidis reſtituti eſſe intelligantur.

THEOREMA PRIMVM PROP. I.

Grauia eiuſdem ſpeciei, in eodem plano inclinato, inter ſe ſunt, vt momenta, quę exercent in plano.

Sint Grauia A, & B, in eodem plano CD, ad horizontalem lineam CE inclinato; ſit verò DE perpendiculum, quod è vertice D ad centrum Globi terraquei demittitur. Dico, Graue A ad Graue B eſſe, vt momentum, quod Graue A exercet in plano CD, ad momentum, quod Graue B exercet in eodem plano CD.

Per ſcholion ad 1. prop. de motu Grauium Galilæi, pondus totale Grauis A ad momentum in plano CD, eſt, vt longitudo CD ad perpendiculum DE; ſimiliter Pondus totale Grauis B ad momentum in plano CD, eſt, vt longitudo CD ad perpendiculum DE. Pondus igi-
11.5. tur totale Grauis A ad momentum in plano CD, [a] erit, vt pondus totale Grauis B ad momentum, in eodem plano CD; & viciſſim, pondus
b 16.5. totale Grauis A ad pondus totale Grauis B [b] eſt, vt momentum, quod Graue A exercet in plano CD, ad momentum, quod Graue B exercet in plano ipſo CD: ſed cùm Grauia A, & B, eiuſdem ſint ſpeciei, pondus totale Grauis A ad pondus totale Grauis B eſt, vt Graue A ad Graue B, vt demonſtrat Marinus Ghetaldus Prop. 2. & 3. in ſuo Archi-
c. 11.5. mede promoto; erit igitur Graue A ad Graue B, [c] vt momentum, quod Graue A exercet in Plano CD, ad momentum, quod Graue B exercet in ipſo plano CD; quod oportuit demonſtrare.

COROLLARIVM

Ex dictis conſtat, Grauia æqualia in eodem plano inclinato æqualia momenta exercere.

THEOREMA II. PROP. II.

Momenta Grauium æqualium ſuper planis inæqualiter inclinatis, æqualia tamen habentibus perpendicula, ſunt in reciproca ratione cum longitudinibus planorum.

Digitized by Google

Sint plana AB, BC inæqualiter inclinata, quorum altitudines AD, CE ſint æquales, ſintque in ijſdem planis æqualia Grauia G, & H. Dico, momentum Grauis G ad momentum Grauis H, eſſe reciprocè, vt eſt longitudo BC ad longitudinem AB.

Protendatur BD, & fiat DF a æqualis rectæ BE, ducaturque AF; erit AF æqualis b longitudini BC. Intelligatur in plano AF Graue I æquale Graui G, vel Graui H. Quoniam pondus totale Grauis H ad momentum in plano BC eſt, vt BC ad CE, ideſt, vt FA ad AD, & pondus totale Grauis I ad momentum in plano AF eſt, vt AF, ad FD, erit pondus totale Grauis H ad momentum in plano BC, d vt pondus totale Grauis I ad momentum in plano AF; & viciſſim pondus totale Grauis H ad pondus totale Grauis I, e erit, vt momentum Grauis H ad momentum Grauis I: ſed pondus totale Grauis H ad pondus totale Grauis I f eſt, vt Graue H ad Graue I; erit igitur Graue H ad Graue I, vt momentũ Grauis H in plano BC ad momentum Grauis I in plano AF; atqui Grauia H, & I, ex conſtructione ſunt inter ſe æqualia; ergo momenta Grauium H, & I g in planis CB, AF ſunt inter ſe æqualia, ſumatur momentum Grauis G in plano AB, vt tertia quantitas, erit momentum Grauis G ad momentum Grauis I, h vt momentum eiuſdem Grauis G ad momentum Grauis H; ſed momentum Grauis G, ad momentum Grauis I k eſt, vt AF ad AB, ideſt, vt CB ad BA; Igitur momentum Grauis G in plano AB ad momentum Grauis H in plano CB eſt, vt longitudo CB ad longitudinem AB, quod erat demonſtrandum.

a 3. 1.
b 4. 1.
c ſchol. ad 1. prop. de motu Grau. Galilæi
d 11. 5
e 16. 5.
f 2. & 3. prop. Marini Ghetaldi in Arch. prom.
g 14. 5.
h 7. 5.
K 2. prop. Torricellij de motu Grauium

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

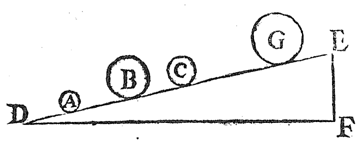
Momenta Grauium in plano inclinato ſi debeant componi, talis compoſitio habetur ex additione.

Sint quotcunque Grauia A, B, C, ſuper idem planum inclinatum DE; ſitque EF perpendiculum. Dico, momenta, à Grauibus A, B, C in plano DE exercita, per additionem componi.

Intelligatur Graue G eiuſdem ſpeciei, grauibus tamen A, B, C ſimul ſumptis æquale. Quoniam Graue A ad Graue B ex prima propoſ. eſt, vt momentum Grauis A ad momentum Grauis B; componendo Grauia A, B, ſimul iuncta ad Graue B a, erunt, vt momenta, quæ Grauia A, B, exercent in plano DE ad momentum, quod Graue B exercet in ipſo plano DE; ſed Graue B ad Graue C ex eadem Prop. eſt, vt momentum Grauis B ad momentum Grauis C; erunt igitur ex æquo Grauia A, B ſimul ſumpta ad Graue C b, vt momenta Grauium A, B ad momentum Grauis C; & componendo Grauia A, B, C ſimul iuncta ad Graue C c erunt, vt momenta ſimul iuncta Grauium A, B, C ad mo-

a 18. 5.

mentum Grauis C; iam inuertendo Graue C ad Grauia A, B, C, ſimul iuncta, ſunt, vt momentum Grauis C ad momenta ſimul iuncta Grauium A, B, C.



Præterea, cùm Graue G ad
Graue C ex prima propoſ. ſit,
vt momentum Grauis G ad momentum Grauis C; & Graue C ad Gra-
uia A, B, C ſimul ſumpta, ex demonſtratis ſit, vt momentum Grauis
C ad momenta ſimul ſumpta Grauium A, B, C; ex æquo Graue G ad
Grauia A, B, C [d] ſimul ſumpta erit, vt momentũ, quod Graue G exercet
d 22. 5. in plano DE, ad momenta ſimul ſumpta Grauium A, B, C in plano DE;
ſed Graue G ex conſtructione æquale eſt Grauibus A, B, C ſimul ſum-
ptis; ergo momentum, quod Graue G habet in plano DE [e] æquabitur
e 14. 5. momentis ſimul ſumptis Grauium A, B, C in plano DE; & quia com-
poſitio tam Grauium inter ſe, quàm momentorum inter ſe, per addi-
tionem eſt facta iuxta 14. *defin.* & 18. Propoſ. 5 lib. Euclidis, conclu-
dendum eſt, compoſitionem momentorum, quæ Grauia exercent in pla-
no inclinato fieri per additionem, quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM PRIMVM.

Ex dictis liquet, vnum ex quotcumque Grauibus in plano inclinato eam rationem ad reliqua ſimul ſumpta habere, quam habet momentum, ab illo exercitum, ad momenta ſimul compoſita, exercita à reliquis.

COROLLARIVM II.

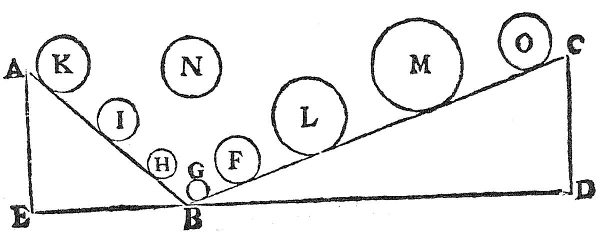
Rurſus patet, ſi quotcumque Grauium in plano inclinato vnum aggregato ex reliquis æquale fuerit, momentum, quod maius exercet, æquari aggregato ex momentis, quæ reliqua exercent.

PROBLEMA PROPOSITIO IV.

Datis quotcunque Grauibus ſuper duobus planis inæqualiter inclinatis, æqualia tamen perpendicula habentibus; Graue reperire, cuius momentum totale momentis, quæ data Grauia in iiſdem planis exercent, æquale ſit.

Sint plana AB, BC inæqualiter inclinata, quorum perpendicula AE, CD ſint æqualia, & in plano CB conſtituantur quotcunque Grauia F, & G, vt & in plano AB quotcunque Grauia H, & I; reperire autem oporteat Graue, cuius momentum totale æquetur momentis, quæ Grauia F, G, H, I, in ſuis planis exercent.

Reperiatur Graue K æquale duobus I, & H; quod in plano AB conſtituatur; ex præcedenti ſecundo corollario momentum Grauis K



in plano AB æquale eſt momentis Grauium H, & I in eodem plano AB.
fiat deinde, vt longitudo AB ad longitudinem BC, ita Graue K ad
aliud, puta, L, quod ſuper planum BC collocetur. Rursùs reperiatur
Graue æquale Grauibus G, F, L; ſitque M, quod plano CB ſuper-
imponatur; ex Coroll. præced. momentum Grauis M in plano BC æqua-
le erit momentis Grauium G, F, L in eodem plano BC. fiat vlterius,
vt BC ad CD, ita Graue M ad aliud, quod ſit N. Dico, momentum
totale Grauis N æquale eſſe momentis Grauium F, G, H, I.

Intelligatur in plano BC Graue O æquale Graui K; ex ſecunda Prop.
momentum Grauis O in plano BC ad momentum Grauis K in plano
AB eſt, vt longitudo AB ad longitudinem CB; ſed AB ad BC ex con-
ſtructione eſt, vt Graue K ad Graue L; erit momentũ Grauis O ad momẽ- a 11. 5.
tum Grauis K a, vt Graue K ad Graue L, ideſt, vt Graue O ad Graue L; ſed
Graue O ad Graue L ex prima prop. eſt, vt momentum Grauis O ad mo
mentũ Grauis L; erit igitur momentum Grauis O ad momentũ Grauis K b 12. 5.
vt momentum eiuſdem Grauis O ad momentum Grauis L; quamobrem
momenta Grauium K, & L c ſunt inter ſe æqualia, & quia momen- c 9. 5.
tum Grauis M oſtenſum eſt æquale momentis Grauium L, F, G, erit
momentum grauis M, æquale momentis trium Grauium F, G, K;
ſed ex dictis momentum Grauis K æquale eſt momentis grauium H, &
I, momentum ergo Grauis M æquabitur momentis quatuor Gra- d Schol. ad prop. 1. de motu Grau. Galilei.
uium F, G, H, I.

Vlterius, quia momentum totale Grauis M ad ſuum momentum in e 11. 5.
plano BC d eſt, vt BC ad CD, & ex conſtructione BC ad CD eſt, vt f 2. & 3. pro. Marini Ghetaldi in Archimede promoto.
Graue M ad Graue N, erit momentum totale Grauis M ad ſuum mo-
mentum in plano BC, e vt Graue M ad Graue N, ſed Graue M ad
Graue N eſt, vt momentum totale Grauis M f ad momentum totale

Grauis N, erit momentum totale Grauis M ad ſuum momentum in plano CB g, vt momentum totale eiuſdem Grauis M ad momentum totale Grauis N; qua propter momentum Grauis M in plano CB h erit æquale momento totali Grauis N; oſtenſum eſt momentum grauis M in plano BC æquale momentis Grauium F, G, H, I, erit idcircò momentum totale Grauis N æquale momentis Grauium F, G, H, I, quod erat faciendum, & oſtendendum.

g.11.5.
h.9.5.

LEMMA PROPOSITIO V.

Si duo, vel plures numeri inæquales, qui non ſint fracti, inter ſe multiplicentur, hoc eſt primus per ſecundum, productus per tertium, & hic per quartum &c. vltimo loco productus aggregato ex ipſis maior erit.

Sint primùm duo quicunque numeri inæquales AB, CD, qui non ſint fracti, quorum CD ipſo AB ſit maior; AB verò multiplicet CD, & productus ſit EF. Dico, EF maiorem eſſe aggregato ex duobus AB, CD. Sit G vnitas.

G A . . . B C . . . . D
E . . . . H . . . . F

Quoniam multiplicare nil eſt aliud, quàm numerum multiplicatum toties ſumere, quot in multiplicante ſunt vnitates; ideò productus EF toties continebit multiplicatũ CD, quoties multiplicans AB continet Vnitatem G, & ex 20. defin. 7 lib. Euclidis EF ad multiplicatum CD, erit, vt multiplicans AB ad vnitatem G; & ſuppoſito primùm, AB duplum eſſe vnitatis G, erit EF duplus CD. ſumatur HF æqualis CD, erit EH æqualis eidem numero CD; ſed ex hypotheſi numerus CD maior eſt numero AB, erit igitur EH maior AB. Iam numero AB addatur CD, numero EH addatur HF, productus EF maior erit aggregato ex numeris multiplicatis AB, CD. Si verò AB maior ſit duplo Vnitatis G, erit EF maior duplo CD; Qua propter EH erit maior CD, & multò maior numero AB; Itaque addito CD ad AB, & HF ad EH, productus EF maior erit duobus numeris BC, CD, ſimul ſumptis.

Rurſus ſint numeri AB, CD, EF plures, quàm duo, quorum minimo AB multipicato per CD, & producto GH, multiplicato per EF, numerus vltimo

A . . B C . . . . . D E . . . . . F
G . . . . H
K L

loco proctus ſit KL . Dico , productum KL maiorem eſſe aggregato
ex numeris AB , CD , EF ,

Quoniam GH eſt numerus ortus ex multiplicatione numerorum AB,
CD , ex demonſtratis productus GH maior eſt duobus AB , CD ſimul
ſumptis . Similiter , quoniam KL eſt numerus ortus ex multiplicatione
duorum numerorum GH , EF , ex demonſtratis KL maior eſt duobus
GH , EF ſimul ſumptis ; oſtenſus fuit numerus GH maior duobus AB ,
CD ſimul ſumptis , erit productus KL maior tribus numeris AB, CD,
EF ſimul ſumptis . Idem oſtendetur , ſi numeri multiplicati plures fue-
rint , quàm tres . Quod erat demonſtrandum .

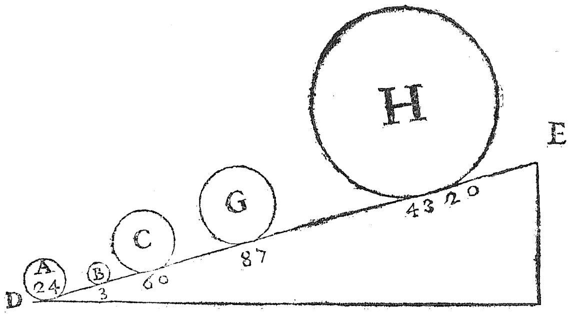
THEOREMA IV. PROP. VI.

Abſurdum eſt, momentum, æquale compoſito ex mo
mentis duorum, pluriumue Grauium in plano incli-
nato, oriri ex continua multiplicatione momentorum,
illud componentium.

Sint Grauia A , B , C eiuſdem ſpeciei in plano inclinato DE . Di-
co , abſurdum eſſe , momentum , quod æquari debet compoſito ex mo-
mentis Grauium A, B, C, produci ex continua multiplicatione momen-
torum Grauium A , B , C .

Momentū, quod æquari debet compoſito ex momentis Grauium A,B,
C conſurgat, ſi fieri poteſt, ex continua multiplicatione momentorū ipſo-
rum grauium A , B , C ; & ponatur , momentum grauis A in plano DE
eſſe exempli gratia librarum 24 , momentum grauis B , librarum 3 , &
momentum grauis C librarum 60. Intelligatur in plano DE graue G æ-
quale compoſito ex grauibus A , B , C ; ex 3. prop. & 2. Coroll. mo-
mentum ,quod graue G exercet in plano DE, æquale eſt momentis gra-
uium A , B , C in eodem plano DE ſimul per additionem compoſitis :
Quamobrem momentum grauis G in plano DE erit librarum 87.

Rurſus intelligatur in plano DE Graue H eiuſdem ſpeciei cum Gra-
uibus A, B, C, G, cuius momentum in plano DE compoſito ex momen-
tis Grauium A,B,C ęquale ſit. Quoniam per hypotheſin momentū æqua-
le compoſito ex momentis Grauium A, B, C produci debet ex conti-
nua multiplicatione momentorum ipſorum Grauium A , B , C : ideò
multiplicentur libræ 24. per libras 3, productum verò per libras 60, vl-
timō loco factum 4320 ponderis erit momentum Grauis H. Vlterius
quia momentum Grauis G librarum 87 conflatur ex additione momen-
torum Grauium A , B , C ideſt ex ſumma numerorum 24 , 3, 60 ex ante-
cedente prop. numerus librarum 4320 referens momentum Grauis H in
plano DE maior erit numero librarum 87 referente momentum Grauis
G in eodem plano DE; qua propter momentū Grauis H maius erit mo-



mento Grauis G, ſed ex prima prop. momentum Grauis H ad momentum Grauis G eſt, vt Graue H ad Graue G, cùm ſit ex demoſtratis momentum Grauis H maius momento Grauis G, erit Graue H a maius Graui G; Sed Graue G poſitũ fuit æquale Grauibus A,B,C ſimul iunctis; Graue igitur H Grauibus A, B, C, ſimul iunctis, maius erit. Hoc poſito,

a 14.5.

Quoniam ex 1. Coroll. ad 3. Prop. momentum Grauis H in plano DE ad momentum, compoſitum ex momentis Grauium A, B, C, in plano DE eſt, vt Graue H ad Grauia A, B, C ſimul iuncta, cùm ex demonſtratis Graue H maius ſit Grauibus A, B, C, ſimul iunctis, erit momentum Grauis H in plano DE maius momento, compoſito ex momentis Grauium A, B, C, in plano DE; atqui momentum Grauis H in plano DE per hypotheſin æquale eſt momento, compoſito ex momentis Grauium A, B, C in plano DE: Ergo momentum Grauis H in plano DE maius, & æquale eſt momento, compoſito ex momentis Grauium A, B, C in plano DE, quod eſt abſurdum. Non igitur momenta Grauium A, B, C componuntur per multiplicationem, qua propter abſurdum eſt, momentum æquale compoſito ex momentis duorum, pluriumue Grauium in plano inclinato oriri ex continua multiplicatione momentorum illud componentium; Quod erat oſtendendum.

Digitized by Google

At verò nullus hic me contineat, quin lectorem admoneam diſcriminis inter compoſitionem rationum, & compoſitionem momentorum; hæc quidem habetur ex additione, vt ſupra demonſtraui; illa verò ex multiplicatione, iuxta 5 definit. lib. 6. Euclidis, cui inhærendo, compoſitionem rationum vniuerſim oſtendi in meo Euclide reſtituto poſt 18. Prop. 6. lib. id quod à nemine ad hæc vſque tempora præſtitum vidi. Et quamuis mihi non latet, non nullos in ea eſſe deceptione, vt demonſtrare compoſitionem rationum res ſit facillima, ac iam diu peracta ab alijs, & poſtremò à R. P. Tacquet; nihilominus pro coronide huius Diſſertationis, quantum iſti hallucinentur, breuiſſimè oſtendam.

R. P. Tacquet de rationum compoſitione hæc habet pag. 147. elem. Geom. *In numeris demonſtratum eſt à Theone, Eutocio, & Vitellione. Qui in magnitudinibus demonſtraret, nemo hactenus inuentus eſt.* Tempore igitur, quo Elementa ſua P. Tacquet euulgauit, hoc eſt anno mihi 1674, vel alio, erat demonſtrata rationū compoſitio in ſolis numeris, non verò in magnitudinibus, quòd ſanè multo difficilius eſt, & neceſſarium.

Proſequitur P. Tacquet. *Vnde Gregorius à S. Vincentio, magnus Geometra lib. 8. ad principium Secundum, cenſet, inter principia numerandum eſſe, donec alicui demonſtratio occurrat, qua inter theoremata referri poſſit*, Iam verò ſi iuxta ſententiam P. Gregorij à S. Vincentio, Geometræ præſtantiſſimi, compoſitio rationum, licet oſtenſa fuiſſet in numeris à tribus doctiſſimis Viris, Theone, Eutocio, & Vitellione, quantum tamen ad alias magnitudines, inter principia numeranda erat, quoVſque ab aliquo demonſtraretur, euidenter deducitur, non eſſe rem tam facili negotio demonſtrabilem, cùm Theon, Eutocius, & Vitellio id tantùm aſſecuti ſint, vt in numeris eam demonſtrarent, atque ipſe P. Gregorius extra numeros non demonſtrauerit. An igitur res hæc facilis eſt, & nullius momenti, & præſtita ab alijs? Non ita prorsùs. Quiſquis cupit noſcere, quantum artis, ac laboris exigatur hac in re demonſtranda, adeat ſeptem lemmata, poſt 18. Prop. mei Eucl. reſt. lib. 6,

R. P. Gregorius à S. Vincentio lib. 8. de quadr. Circ. ad principium 4. ſupponit, *Quod quantitas rationis ſiue denominator ductus in conſequentem terminum rationis producit antecedentem*. Hoc tamen ipſe non demonſtrat, cùmque Theorema ſit, excludendum eſt è numero primorum principiorum. Etenim principia, ſi prima ſint, tantæ debent eſſe euidentiæ, vt nullam omninò dubitationem patiantur; ſi verò prima non ſint, demonſtrata fuerint, oportet, ex alijs principijs, vel demonſtratis, vel primorum principiorum conditiones habentibus. Cùm igitur hoc principium ſit Theorema, quod ipſe demonſtraui in 6. lem. poſt 18. Prop. mei Eucl. reſt. neque primum principium eſt, neque principium à P. Gregorio, vel à P. Tacquet, alioue demonſtratum; Quamobrem quidquid P. Gregorius hoc principio ſtabiliuit, vt indemonſtratum corruit. Quamuis autem hoc ipſum principium ſuppoſitum etiam fuerit à Theone, Eutocio, & Vitellione in numeris, in quibus ſi quis per multiplicationem illud experiatur, quandam certitudinem habere videatur, nihil tamen aliud inde concludi poteſt, niſi quod ipſa quoque compoſitio rationum in numeris indemonſtrata remaneat, quodque

Digitized by Google

tantò magis idem principium reijciendum ſit in quantitatibus, vniuerſim ſumptis, in quibus penitùs eſt obſcurum. Hinc eſt, quod P. Gregorius, vt vir doctus atque ingenuus, agnoſcens, non quid quid in 8. lib. tradit, perfectum eſſe, pag. 186, vbi ſecundam definitionem explicat, hæc fateatur. *Conabimur itaque præſenti libro aliquid lucis adferre, pro tenuitate noſtra, huic materiæ, in qua ſi quid fortaſſe lector adhuc deſideret, dignabitur meminiſſe, nullas ſcientias à primo Inuentore perfectè traditas fuiſſe.*

At redeamus ad P. Tacquet. Hic, vt compoſitionem rationum demonſtret, confugit ad ſecundam propoſitionem lib. 8. Greg. à S. Vincentio; ſed ſecunda illa propoſitio innititur ſupradicto principio indemonſtrato, ergo tam ſecunda propoſitio P. Gregorij, quàm ea omnia, quæ in ijſdem Propoſitione, & principio fundat P. Tacquet, tanquam indemonſtrata, labaſcunt. Vnde indubitatum eſt, compoſitionem rationũ in quibuſcumq; quantitatibus à nemine demonſtratam eſſe ante editionem mei Euclidis reſtituti, in quo Demonſtratio compoſitionis rationum ſtabilitur Elementis Euclidis, non principijs indemonſtratis, vt demonſtratio P. Tacquet, quæ ſi quid valet, in numeris ad ſummum procedit, vt illæ Theonis, Eutocij, & Vitellionis, eidem innixę principio. Sed quæſo, idonea ſit demonſtratio P. Tacquet; num mea pendet ex illa? num aliquo ſophiſmate inuoluitur? num à propoſito aberrat? Non igitur paruipendenda eſt res, adeò toti Geometriæ neceſſaria, vt abſque illa mathematicarum venuſtatum flos ferè omnis cont. beſceret.

Neque verò inficior, Galilæum in 5. Dialogo vbi Simplicium erudire conatur, quid ſit rationum compoſitio, dicere, facilem intellectu rem eſſe. At minimè dicit, facilem demonſtratu rem eſſe. Plurima quidem in huius rei explicationem congerit Galilæus; demonſtrat verò nihil. An ſi medius ei terminus occurriſſet, abiecta tam luculenta explicatione, non rem ipſam accuratè demonſtraſſet? Si quid ſtudij ac laboris magnus ille vir contuliſſet in medij termini Inuentionem, fateor, fuiſſe reperturum. Verùm accidit aliquando, vt id ipſum, quod Viris maximis inter vigilias nunquam in cogitationem venit, licet expetitum, mediocribus tandem, vix quæſitum, feliciter occurrat. Ego, qui non mediocrem modò, ſed omnium infimum me puto, conatus ſum hoc principium, adeò Geometriæ neceſsarium, demonſtrare, & ſuperis gratia, labore in vanum non miſſo, in publicam vtilitatem effeci, neque verò iniuriam cuipiam cenſui me facturum. Patet hodie via, qua ad demonſtrandum tale principium ipſe proceſſi; multò illam facilius poteſt alius ingredi ad nouam demonſtrationem inueniendam. Ingredere, quiſquis es, inueni; & ſi quid melius me perfeceris, immortales me tibi gratias acturum certè polliceor.

Hæc habui, quæ exponerem ſuper compoſitione tum momentorum, tum rationum. Ceterum occurrit mihi Tullianum illud in orat. pro Vatin. *tantam ſemper potentiam veritas habuit, vt nullis machinis, aut cuiuſquam hominis ingenio, aut arte ſubuerti potuerit. Et licet in Cauſis nullum patronum, aut defenſorem obtineat, tamen per ſe ipſa defenditur.*

Digitized by Google